

数 学

(教育学部・経済学部)

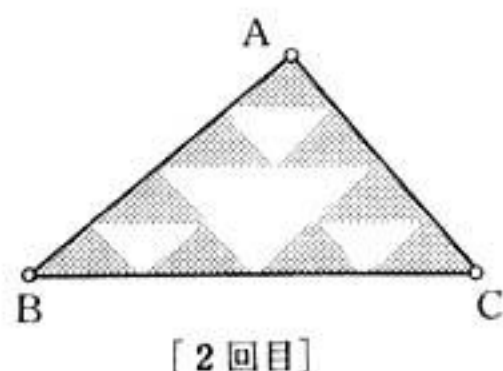
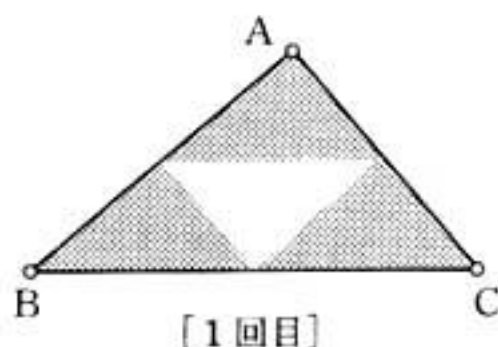
(平成 10 年 度)

問題冊子 2 ページ 答案用紙 4 枚

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで問題を見てはいけない。
2. 配布された用紙に枚数の不足や、印刷に不鮮明な箇所がある場合には申し出る
こと。
3. 解答は必ず答案用紙の指定された箇所に記入すること。これに従わないときは
失格となることがある。
4. 新教育課程履修者は ①②③④ を解答せよ。
旧教育課程履修者は ①②③④ または ①②③⑤ を解答せよ。
なお、解答にあたっては、高校で履修した内容をすべて用いてよい。
5. 受験番号は、答案用紙 1 枚ごとに所定の欄 2 箇所に必ず記入すること。
記入を忘れたとき、あるいは誤って記入したときは失格となることがある。
6. 試験が終了したら、4 枚の答案用紙を上から ①, ②, ③, ④・⑤ の順序に
重ねて机上におくこと。
7. 退場するときは、問題冊子を持ち帰ること。

- 1 面積が1の $\triangle ABC$ がある。図のように、まず、 $\triangle ABC$ の三辺の中点を結んでできる三角形を取り除く。同じように残った三個の三角形について、それぞれの三辺の中点を結んでできる三角形を取り除く。この操作を n 回続けるとき、残った図形の面積を S_n とする。



このとき、次の各問いに答えなさい。

- (1) S_n を n の式で表しなさい。
- (2) $S_n < \frac{1}{4}$ となる最小の n を求めなさい。

- 2 点 O を中心とする単位円上の4点 A_1, A_2, A_3, A_4 に対し

$$\overrightarrow{OB_1} = \frac{\overrightarrow{OA_2} + \overrightarrow{OA_3} + \overrightarrow{OA_4}}{2}$$

$$\overrightarrow{OB_2} = \frac{\overrightarrow{OA_3} + \overrightarrow{OA_4} + \overrightarrow{OA_1}}{2}$$

$$\overrightarrow{OB_3} = \frac{\overrightarrow{OA_4} + \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2}}{2}$$

$$\overrightarrow{OB_4} = \frac{\overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2} + \overrightarrow{OA_3}}{2}$$

となる点 B_1, B_2, B_3, B_4 をとる。さらに

$$\overrightarrow{ON} = \frac{\overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OB_2} + \overrightarrow{OB_3} + \overrightarrow{OB_4}}{3}$$

となる点 N をとるとき、 B_1, B_2, B_3, B_4 は N を中心とする一つの円上にあることを示し、この円の半径を求めなさい。

3 放物線 $y = ax^2 (a > 0)$ 上の点 $P(t, at^2) (t > 0)$ における接線が x 軸と交わる点を Q とする。 O を原点とし、 $\angle OPQ = \theta (0^\circ < \theta < 180^\circ)$ とするとき、次の各問いに答えなさい。

- (1) $\tan \theta$ を t の式で表し、 $\tan \theta \leq \frac{\sqrt{2}}{4}$ が成り立つことを証明しなさい。
- (2) $\tan \theta = \frac{\sqrt{2}}{4}$ が成り立つとき、線分 OP と放物線 $y = ax^2$ が囲む図形の面積を a の式で表しなさい。

4 x 軸上を動く点 A があり、最初は原点にある。硬貨を投げて表が出たら正の方向に 1 だけ進み、裏が出たら負の方向に 1 だけ進む。硬貨を 6 回投げるものとして、以下の確率を求めなさい。

- (1) 硬貨を 6 回投げたときに、点 A が原点にもどる確率。
- (2) 硬貨を 6 回投げたとき、点 A が 2 回目に原点にもどり、かつ 6 回目に原点にもどる確率。
- (3) 硬貨を 6 回投げたとき、点 A が始めて原点にもどる確率。

※ **5** は旧教育課程履修者のみ選択解答できる。

5 点 $A(1, 1, 1)$ と平面 α に対し、平面 α までの距離と点 A までの距離が等しい点の軌跡の方程式が

$$x^2 + y^2 - 2x - 2y - 4z + 2 = 0$$

であるとする。このとき、平面 α の方程式を求めなさい。