

数 学

(理 学 部・工 学 部)

(平 成 10 年 度)

問題冊子 1～2 ページ 答案用紙 4 枚

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけない。
2. 配布された用紙に枚数の不足や、印刷に不鮮明な箇所がある場合には申し出る
こと。
3. 受験番号は、答案用紙 1 枚ごとに所定の欄 2 箇所に必ず記入すること。記入を
忘れたり、誤った番号を記入したりしたときは採点されないことがある。
4. 解答は必ず答案用紙の指定された箇所へ記入すること。やむをえず裏面まで解
答がおよぶ場合には、その旨を表面に明記し、かつ、受験番号等が記載されて
いる部分(上部、右部分)の裏には記入しないこと。
5. 試験が終了したら、4 枚の答案用紙を上から ①, ②, ③, ④ の順になるよう
に机上におくこと。
6. 退場するときは、問題冊子を持ち帰ること。

1

次の各問に答えよ。

- (1) 長さが1で互いに直交する2つのベクトル $\vec{p}, \vec{q}$ がある。

ベクトル $a\vec{p} + b\vec{q}$ は長さ1で、ベクトル $\vec{p} + \vec{q}$ とのなす角が $\frac{\pi}{3}$ であるとする。このとき a, b を求めよ。

- (2) 不等式 $\cos 2\theta + 9 \sin \theta - 5 > 0$ を満たす θ の範囲を求めよ。

ただし $0 \leq \theta < 2\pi$ とする。

2

関数 $f(x), g(x)$ を次のように定める。

$$f(x) = \begin{cases} 2x & (x < 0 \text{ のとき}) \\ x & (x \geq 0 \text{ のとき}) \end{cases}$$

$$g(x) = -\frac{1}{4}x^2 + ax + b \quad (\text{ただし } b \neq 0)$$

$y = f(x)$ と $y = g(x)$ のグラフは異なる2点 P, Q で接しているとする。

P, Q の x 座標をそれぞれ p, q ($p < q$) とおく。

- (1) a, b, p, q を求めよ。

- (2) $\int_p^q \{f(x) - g(x)\} dx$ を計算せよ。

3

$t > 1$ として関数 $h(t)$ を次のように定める。

$$h(t) = \int_{\frac{1}{2t}}^{\frac{1}{t}} \left\{ \frac{1}{x(x-1)} - \frac{1}{x^2} \right\} dx$$

- (1) 関数 $h(t)$ の最大値を求めよ。
- (2) 次を満たす定数 a, b を求めよ。

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} (h(t) - at - b) = 0$$

4

a, b, α, β は実数で, $a \neq b$ とし, 行列 $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ b & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} \alpha & -\beta \\ \beta & \alpha \end{pmatrix}$ が,
条件

$$AB = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} A$$

を満たしているとする。

- (1) $B^2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ を示せ。
- (2) 行列 A, B を求めよ。