

1

(1)

$$x = \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}, \quad y = \frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$$

とする。このとき

$$xy, \quad x + y, \quad x^3 + y^3$$

の値をそれぞれ求めよ。

(2) 0 でない 4 つの数 a, b, c, d に対し,

$$\left(\frac{3}{4}\right)^a = \left(\frac{5}{3}\right)^b = \left(\frac{6}{5}\right)^c = \left(\frac{3}{2}\right)^d$$

か成り立つとき

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{d}$$

となることを示せ。

2

1 辺の長さが 1 の正 12 角形の頂点から 3 つの頂点を選び 3 角形を作る。

- (1) 少なくとも 1 つの辺の長さが 1 である 3 角形の内, 互いに合同でないものは全部で何種類あるか?
- (2) 互いに合同でない 3 角形は全部で何種類あるか?

3

4 角形 $ABCD$ の対角線の交点 O に対し, $OA = OC = 2$, $OB = 1$, $OD = 3$ とする。

(1) ベクトルの内積の和

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OD} \cdot \overrightarrow{OA}$$

を求めよ。

(2) 直線 AB と直線 CD が垂直のとき, 4 角形 $ABCD$ の面積 S を求めよ。

(1) a, b は

$$a^2 + b^2 = 1, \quad a \geq 0, \quad b \geq 0 \cdots \textcircled{1}$$

を満たす定数とする。

$$I = \int_0^1 (|x - a| + |x - b|) dx$$

の値を求めよ。

(2) a, b が条件①を満たしながら動くとき, I の最大値, 最小値を求めよ。