$\boxed{1}$

$X=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$, $Y=\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$ に対し，$X \cdot Y = x_1y_1 + x_2y_2$ と定める。

このとき次の問に答えよ。

(1) すべての 2×1 行列 X に対し，$X \cdot Y = 0$ が成り立つとする。

このとき $Y=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ であることを示せ。

(2) A を 2 次の正方行列とする。すべての 2×1 行列 Y に対して

$AY=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ が成り立つとする。このとき A は零行列であることを示せ。

(3) 2 次の正方行列 A に関する 2 つの命題 P, Q を考える。

P : A は零行列である。

Q : すべての 2×1 行列 X に対して，$X \cdot (AX) = 0$ が成り立つ。

(i) 「P は Q の十分条件である」は正しい命題か。正しければ証明し，正しくなければこの命題が成り立たないような行列 A の例をあげよ。

(ii) 「P は Q の必要条件である」は正しい命題か。正しければ証明し，正しくなければこの命題が成り立たないような行列 A の例をあげよ。

$\boxed{2}$

関数 $g(t)$ を

$$g(t) = \begin{cases} t & (t \geqq 0) \\ 0 & (t < 0) \end{cases}$$

と定義する。

実数 x に対し，$f(x) = \displaystyle\int_{-2}^{2} g(1-t^2)g(t-x)dt$ とおく。

(1) $f(x)$ を求めよ。

(2) $f(x)$ はすべての x で微分可能であることを示せ。

$\boxed{3}$

x の方程式 $ax^2+2bx-a+1=0$ が $-1 \leqq x \leqq 1$ を満たす解をもつような実数 a, b の範囲を ab 平面に図示せよ。