

数 学

(理学部 数学科)

(平成 1 6 年度)

問題冊子 1 ～ 2 ページ
答案用紙 3 枚

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまでこの冊子を開いてはいけない。
2. 枚数の不足や、印刷に不鮮明なところがあれば申し出ること。
3. 解答は必ず答案用紙の指定された箇所に記入すること。
4. 受験番号は、答案用紙 1 枚ごとに所定の欄 2 箇所に必ず記入すること。
記入を忘れたり、あるいは誤った番号を記入した場合は失格となること
がある。
5. 試験が終了したら、答案用紙を上から (その 1), (その 2), (その 3)
の順番に重ねて机の上に置くこと。
6. 退室するときは、問題冊子を持ち帰ること。

1 (40点)

- (1) 定積分 $\int_0^{\pi} |\sqrt{3} \sin x - \cos x - 1| dx$ を求めよ。
- (2) xy 平面において、曲線 $y = (2x^2 - 2x + 1)e^{-x^2}$ と直線 $y = k$ が相異なる 3 個の共有点をもつような定数 k の値を求めよ。

2 (30点)

複素数 $z = x + yi$ (x, y は実数, i は虚数単位) に対して,

$$\|z\| = \max\{|x|, |y|\}$$

とおく。ただし、実数 a, b について、 $\max\{a, b\}$ は、 $a \geq b$ の場合 a を、 $a < b$ の場合 b を表すとする。複素数平面上で次の条件を満たす点 z の領域をそれぞれ図示せよ。

- (1) $1 \leq \|z\| \leq 2$
- (2) $3 \leq \max\{\|z - 3\|, \|z - 2i\|\} \leq 4$
- (3) $\|z^2\| \leq 2$

3

(30点)

xy 平面上の放物線 $C: y = x^2$ を考える。原点を O とし、放物線 C 上の点 $P(t, t^2)$ ($t > 0$) における接線を l とする。直線 OP と l のなす角を θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) とする。

- (1) $\tan \theta$ を t を用いて表せ。
- (2) 点 P を通り l とのなす角が θ であるような 2 本の直線のうち、直線 OP ではない直線 m の方程式を求めよ。
- (3) (2) で求めた直線 m が点 $\left(\frac{6}{7}, 0\right)$ を通るとする。このとき、点 P の座標を求めよ。