

# 数 学

(工学部 機械工学科)

(平成16年度)

問題冊子 1 ～ 2 ページ

答案用紙 6 枚

下書き用紙 3 枚

## 注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけない。
2. 枚数の不足や、印刷に不鮮明なところがあれば申し出ること。
3. 解答は必ず答案用紙の指定された箇所に記入すること。  
解答は、最後の結果に至るまでのすじみちがわかるように記入すること。  
やむをえず裏面まで解答がおよぶ場合は、その旨を表面に明記し、かつ、  
受験番号等が記載されている部分（上部、右部分）の裏には記入しないこと。
4. 受験番号は、答案用紙 1 枚ごとに所定の欄 2 箇所に必ず記入すること。記入を忘れたり、あるいは誤った番号を記入した場合は失格となることがある。
5. 試験が終了したら、答案用紙を上から [1]，[2]，……，[6] の順番に重ねて  
机上に置くこと。
6. 解答時間は 90 分である。途中退出は認められない。
7. 退室する時は、問題冊子・下書き用紙を持ち帰ること。

1

次の問いに答えよ。

- (1) 行列  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 7 & -5 \\ 3 & 11 \end{pmatrix}$  としたとき,

$$AX = B$$

を満足する行列  $X$  を求めよ。(15 点)

- (2) 次の恒等式の定数  $a, b, c, d$  を求めよ。(15 点)

$$x^3 + 3x^2y + xy^2 + 3y^3 - x^2 - y^2 - 3x - 9y + 3 = (x^2 + ay^2 + b)(x + cy + d)$$

- (3) 相異なる三つの実数  $a, b, c$  が  $a, b, c$  の順に等比数列となっている。さらに  $c, a, b$  の順に等差数列となっている。また,  $a, b, c$  の和が 6 である。このとき,  $a, b, c$  を求めよ。(15 点)

2

複素数平面上の点  $z_{n+1}$  と  $z_n$  ( $n$  は自然数) の関係が以下のように表わされているとき, 次の問いに答えよ。

$$z_{n+1} = \frac{1}{4}(-1 + \sqrt{3}i)z_n - 1 + 3\sqrt{3}i$$

- (1)  $z_1$  が  $|z_1 - 1 - \sqrt{3}i| = 1$  を満たしている。このとき, 点  $z_1$  全体が作る図形の概略を描け。

また, 点  $z_2$  全体が作る図形の概略を描け。(30 点)

- (2)  $z_n$  を  $z_1$  と  $n$  を用いて表わせ。(15 点)

3

任意の正数  $x$  に対して次の不等式が成り立つような正の定数  $a$  の範囲を求めよ。(40 点)

$$2^{a-1}(x^a + 2^a) \geq (x+2)^a$$

4

$\tan \frac{x}{2}$  を  $t$  とおき、次の問いに答えよ。

- (1)  $\sin x$  および  $\cos x$  を  $t$  で表わせ。(20 点)
- (2)  $\frac{dx}{dt}$  を  $t$  で表わせ。(15 点)
- (3) 不定積分  $\int \frac{5}{3 \sin x + 4 \cos x} dx$  を求めよ。(25 点)

5

整数  $n$  に対して、 $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x)^n dx$  とおく。次の問いに答えよ。

- (1)  $I_0, I_1, I_2$  を求めよ。(20 点)
- (2)  $I_n$  を  $I_{n-2}$  で表わせ。ただし、 $n \geq 2$  とする。(30 点)

6

曲線  $A: y = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$  と直線  $L: y = mx + n$  が 2 点  $P$  および  $Q$  で接している。ここで、点  $P$  および  $Q$  の  $x$  座標はそれぞれ 0 および  $\beta$  である。ただし、 $\beta > 0$  とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 定数  $a, b, c, d$  を  $m, n, \beta$  で表わせ。(15 点)
- (2) 線分  $PQ$  と曲線  $A$  で囲まれる図形の面積を求めよ。(15 点)
- (3) 直線  $L$  に平行な直線  $K$  が曲線  $A$  と相異なる 3 点を共有し、その内 1 点で接している。このとき、3 つの共有点それぞれの  $x$  座標を求めよ。(30 点)