

数 学

(工学部 機械工学科)

(平成 1 7 年度)

問題冊子 1 ～ 3 ページ

答案用紙 6 枚

下書き用紙 3 枚

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけない。
2. 枚数の不足や、印刷に不鮮明なところがあれば申し出ること。
3. 解答は必ず答案用紙の指定された箇所に記入すること。
解答は、最後の結果に至るまでのすじみちがわかるように記入すること。
やむをえず裏面まで解答がおよぶ場合は、その旨を表面に明記し、かつ、
受験番号等が記載されている部分（上部、右部分）の裏には記入しないこと。
4. 受験番号は、答案用紙 1 枚ごとに所定の欄 2 箇所に必ず記入すること。記入を忘れたり、あるいは誤った番号を記入した場合は失格となることがある。
5. 試験が終了したら、答案用紙を上から [1], [2], …… , [6] の順番に重ねて机上に置くこと。
6. 解答時間は 1 2 0 分である。途中退出は認められない。
7. 退室する時は、問題冊子・下書き用紙を持ち帰ること。

1

(1) 次式が成り立つ場合について以下の問いに答えよ。

$$\mathbf{P}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

ただし, $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1-a & a \end{pmatrix}$, $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1-a \end{pmatrix}$, $a \neq 0$ とする。

a の値を求めよ。(15 点)

(2) (1) の場合, $\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{A}^n$ を求めよ。(15 点)

2

(1) 次の不定積分を求めよ。(15 点)

$$\int \frac{(x-1)^2(3x-1)}{x^2} dx$$

(2) 次の不定積分を求めよ。(15 点)

$$\int \frac{4x^3 - 6x + 9}{x^4 - 3x^2 + 9x + 10} dx$$

3

座標平面上を運動する点Pの時刻 t における位置の座標を (x, y) とすると、点の運動は次のような関数で表される。このとき、次の問いに答えよ。

$$\begin{cases} x = at^2 \\ y = 2at \end{cases} \quad \text{ただし、} y \geq 0, t > 0, a \text{ は定数とする。}$$

- (1) 点Pの軌跡 C を求めよ。(10点)
- (2) 時刻 t における点Pの速度ベクトル、加速度ベクトルを求めよ。(10点)
- (3) x 軸上に点B($b, 0$)がある。点Pの速度ベクトルと $\overline{BP}$ の内積が0のときの点Pを点Qとする。このとき、点Qの座標を求めよ。また、点Bと点Qとの距離を求めよ。ただし、 $b > 2a$ とする。(20点)
- (4) 点Bと点Qを通る直線を直線 l とする。また、点Qにおける軌跡 C の接線と平行で、かつ点 $(0, -2)$ を通る直線を直線 k とする。このとき、直線 l と直線 k の交点の座標を求めよ。ただし、 $b = 6, a = 1$ とする。(20点)

4

製品1個を製造した際に、不良品である確率を不良品率という。製品X, Y, Zの不良品率をそれぞれ $x\%$, $y\%$, $z\%$ とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) $x = 20$ のとき、製品Xを3個製造した際に良品が少なくとも1個含まれる確率を求めよ。(15点)
- (2) 製品Xを2個製造した際に、不良品が1個だけ含まれる確率が48%以下となるような x の値の範囲を定めよ。(15点)
- (3) $y = 10, z = 20$ のとき、製品Y, Zをそれぞれ2個製造した際に、全体で不良品が1個だけ含まれる確率を求めよ。(15点)
- (4) 製品Y, Zのそれぞれ良品だけを選び出し、製品Yを7個、Zを5個、箱に詰めた。その箱から無作為に3個を同時に取り出したとき、3個とも製品Yである確率を求めよ。(15点)

5

次の不等式で表される領域を D とする。

$$|x^2 - 1| + |y + 2| \leq 1$$

- (1) 領域 D を図示せよ。(30 点)
- (2) 領域 D の面積を求めよ。(30 点)

6

次の定積分の値を (1) から (3) の場合に対して求めよ。ただし、 a, b は定数とする。

$$\int_{-\pi}^{\pi} (a + b \cos x) \cos(nx) dx$$

- (1) $n = 0$ のとき。(15 点)
- (2) $n = 1$ のとき。(15 点)
- (3) n が 2 以上の整数のとき。(30 点)