

# 数 学

(教育学部・経済学部)

(平成 18 年 度)

問題冊子 1～2 ページ

答案用紙 4 枚

## 注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまでこの冊子を開いてはいけない。
2. 枚数の不足や、印刷に不鮮明なところがあれば申し出ること。
3. 解答は必ず答案用紙の指定された箇所へ記入すること。やむをえず裏面まで解答がおよぶ場合には、その旨を表面に明記し、かつ、受験番号等が記載されている部分(上部、右部分)の裏には記入しないこと。
4. 受験番号は、答案用紙 1 枚ごとに所定の欄 2 箇所に必ず記入すること。  
記入を忘れたり、あるいは誤った番号を記入した場合は失格となることがある。
5. 試験が終了したら、答案用紙を上から(その 1)、(その 2)、(その 3)、(その 4)の順序に重ねて机の上に置くこと。
6. 退室するときは、問題冊子を持ち帰ること。

1

- (1)  $7^6$  と  $7^7$  を求め、次の不等式が成り立つことを証明せよ。

$$10^{\frac{5}{6}} < 7 < 10^{\frac{6}{7}}$$

- (2)  $7^{42}$  の桁数を求めよ。
- (3)  $n$  を自然数とする。 $n$  と  $7n$  の桁数が等しいとき、 $n$  の最高位の数字についてどのようなことがいえるか。
- (4)  $7, 7^2, 7^3, \dots, 7^{42}$  のうち、最高位の数字が1のものは、少なくとも6個あることを証明せよ。

2

- (1) 図のように、1から順番に、1行につき10個の数を並べておく。このとき、灰色で塗られた25個の数の総和を求めよ。

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |

- (2)  $n$  を5以上の奇数とする。(1)と同様に、1から順番に、1行につき  $2n$  個の数を並べ

$\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ 行目の } n+1 \text{ 番目から } 2n \text{ 番目までを灰色に塗り,} \\ 2 \text{ 行目の } n \text{ 番目から } 2n-1 \text{ 番目までを灰色に塗り,} \\ \dots\dots\dots \\ n \text{ 行目の } 2 \text{ 番目から } n+1 \text{ 番目までを灰色に塗る.} \end{array} \right.$

このとき、灰色で塗られた  $n^2$  個の数の総和を求めよ。

**3** 円  $k: x^2 + y^2 = 25$  と 2 点  $A(1, 2)$ ,  $B(c, 2c)$  ( $c < 0$ ) がある。

- (1)  $O$  を原点とすると、 $OA \cdot OB = 25$  となるように  $c$  の値を求めよ。
- (2) (1) で求めた  $c$  の値に対し、2 点  $A, B$  を通る円は、つねに円  $k$  の周を 2 等分することを示せ。

**4** 3 次関数  $f(x)$  は  $x = 0$  のとき極小値  $3$ ,  $x = -\frac{1}{3}$  のとき極大値  $\frac{83}{27}$  をとる。

- (1)  $f(x)$  を求めよ。
- (2) 曲線  $y = f(x)$  上の点  $A\left(\frac{1}{2}, f\left(\frac{1}{2}\right)\right)$  における接線の方程式を求めよ。
- (3) 曲線  $y = f(x)$  上の点  $B$  における接線が点  $A$  を通るように点  $B$  の座標を求めよ。