

数 学

(工学部 機械工学科)

(平成 18 年度)

問題冊子 1 ～ 3 ページ
答案用紙 7 枚
下書き用紙 3 枚

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけない。
2. 枚数の不足や、印刷に不鮮明なところがあれば申し出ること。
3. 解答は必ず答案用紙の指定された箇所に記入すること。
解答は、最後の結果に至るまでのすじみちがわかるように記入すること。
やむをえず裏面まで解答がおよぶ場合は、その旨を表面に明記し、かつ、
受験番号等が記載されている部分（上部、右部分）の裏には記入しないこと。
4. 受験番号は、答案用紙 1 枚ごとに所定の欄 2 箇所に必ず記入すること。
記入を忘れたり、あるいは誤った番号を記入した場合は失格となることがある。
5. 試験が終了したら、答案用紙を上から [1]，[2]，……，[7] の順番に重ねて机の上に置くこと。
6. 解答時間は 120 分である。途中退出は認められない。
7. 退室する時は、問題冊子・下書き用紙を持ち帰ること。

1

次の問いに答えよ。

- (1) 次の不定積分を求めよ。(20 点)

$$\int \{-4(\log \cos^2 x) \tan x\} dx$$

- (2) 次の極限値を求めよ。(20 点)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left\{ \frac{(x-1)e^{(x-1)} + x^2 + x - 2}{\sin(x-1)} \right\}$$

2

方程式 $|x^2 - 2x - 3| = 2x + k$ が 3 個以上の解を持つように定数 k (k は実数) の範

囲を求めよ。(40 点)

3

直線 $l: y = \frac{x}{2}$ 上の点 $P(a, \frac{a}{2})$ を考える。次の問いに答えよ。ただし、 $a > 0$ とする。

- (1) 点 P に中心があり x 軸と接する円は、原点 O を通る x 軸以外の直線 m と接する。

x 軸上の接点 A および直線 m 上の接点 B の座標を求めよ。(20 点)

- (2) 原点 O , 点 A , 点 B を通る円の方程式を求めよ。(20 点)

4

xyz 空間内に 3 点 $A(1,1,3)$, $B(2,2,1)$, $C(1,3,2)$ をとり, 原点を O とする。 次の問いに答えよ。

- (1) 点 A と点 B を結ぶ直線と xy 平面の交点を点 B' とする。点 A と点 C を結ぶ直線と xy 平面の交点を点 C' とする。このとき, 点 B' および点 C' の座標を求めよ。

(20 点)

- (2) $\triangle OB'C'$ の面積を求めよ。(20 点)

5

放物線 $y = x^2 - 2(a+1)x + 2a^2 - a - 3$ において a の値が変化するとき, 放物線の頂点 P は曲線 C を描く。 次の問いに答えよ。

- (1) 曲線 C の方程式を, x, y を用いて表せ。(15 点)
- (2) 直線 $y = x$ と曲線 C の交点 Q の座標を (x_1, y_1) とする。このとき, (x_1, y_1) を求めよ。ただし, $x_1 > 0$ とする。(15 点)
- (3) 曲線 C において, x 軸との交点 $R(x_2, y_2)$ が移動を表す行列 $A = \begin{pmatrix} 0 & 12 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ で点 R' に移された。このとき, 点 R' の座標 (x_3, y_3) を求めよ。ただし, $x_2 > 0$ とする。(15 点)
- (4) 原点 O を中心に点 Q を時計回りに 45° 回転して点 Q' に移動させた。このとき, 移動を表す行列 B および点 Q' の座標 (x_4, y_4) を求めよ。(15 点)

6

曲線 $C: 2x^2 - 2xy + y^2 = 4$ があり, この曲線で囲まれる面積を S とする。次の問いに答えよ。

- (1) 曲線 C の概形を図示せよ。(20 点)
- (2) 面積 S を求めよ。(20 点)

7

一辺の長さを 1 とする正六角形を描き, 次にこの正六角形に内接する円を描く。さらにその円に内接する正六角形を描く。この作図を限りなく繰り返すとき, 次の問いに答えよ。

- (1) 描いた正六角形の周の長さの総和 L_A および正六角形の面積の総和 S_A を求めよ。(20 点)
- (2) 描いた円の周の長さの総和 L_B および円の面積の総和 S_B を求めよ。(20 点)