

数 学

(理 学 部 数 学 科)

(平 成 1 9 年 度)

問題冊子 1～2 ページ 答案用紙 4 枚

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけない。
2. 配布された用紙に枚数の不足や、印刷に不鮮明な箇所がある場合には申し出ること。
3. 受験番号は、答案用紙 1 枚ごとに所定の欄 2 箇所に必ず記入すること。記入を忘れたり、誤った番号を記入したときは採点されないことがある。
4. 解答は必ず答案用紙の指定された箇所へ記入すること。やむをえず裏面まで解答が及ぶ場合には、その旨を表面に明記し、かつ、受験番号が記載されている部分（上部、右部分）の裏には記入しないこと。
4. 試験が修了したら、4 枚の答案用紙を上から（その 1）、（その 2）、（その 3）、（その 4）の順になるように机の上におくこと。
6. 退場するときは、問題冊子を持ち帰ること。

1

$\triangle ABC$ を 1 辺の長さが 1 の正三角形とする。 $\triangle ABC$ を含む平面上の点 P が

$$\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} - \overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{CP} + \overrightarrow{CP} \cdot \overrightarrow{AP} = 0$$

を満たして動くとき、 P が描く図形を求めよ。

2

数列 $\{a_n\}$ が与えられたとき、新しい数列 $\{b_n\}$ および $\{c_n\}$ を

$$b_n = \sum_{k=1}^n (-1)^k a_k \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$c_n = \sum_{k=1}^n (-1)^k b_k \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

により定める。次の問に答えよ。

(1)

$$c_{2n-1} = \sum_{k=1}^n a_{2k-1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$c_{2n} = \sum_{k=1}^n a_{2k} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

が成り立つことを証明せよ。

(2) 数列 $\{c_n\}$ が $c_n = (n+1)^2 3^n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) となるような数列 $\{a_n\}$ を求めよ。

3

$a > 0, b > 0$ とし、座標平面上に点 $P(a, b)$ をとる。

- (1) 点 P を通り、ベクトル $\vec{n} = (\cos \theta, \sin \theta)$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) に垂直な直線が x 軸、 y 軸と交わる点をそれぞれ Q, R とする。 θ が $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき、線分 QR の長さの最小値を a, b の式で表せ。
- (2) (1) で求めた最小値を ℓ とする。点 P が曲線 $xy = 8$ ($x > 0$) 上を動くとき、 ℓ の最小値を求めよ。

4

次の問に答えよ。

- (1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k}$ を求めよ。
- (2) 半径 1 の円に内接する正 n 角形の異なる 2 つの頂点を結ぶ線分 (辺と対角線) の総数を M_n 、それらの長さの総和を L_n とするとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{L_n}{M_n}$ を求めよ。