

平成20年度 埼玉大学個別学力検査 (前期日程)

数 学

(工学部)

問題冊子 2 ページ 答案用紙 5 枚 下書用紙 3 枚

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけない。
2. 枚数の不足や、印刷不鮮明の場合は申し出ること。
3. 解答は必ず答案用紙の指定された箇所に記入すること。裏面まで解答が及ぶ場合は、その旨を表面に明記すること。その際、受験番号などが記載されている部分 (上部、右部分) の裏には記入しないこと。
4. 受験番号は、指定された問題の答案用紙1枚ごとに、所定の欄2箇所に必ず記入すること。記入を忘れたり、誤った番号を記入したときは失格となることがある。
5. 試験が終了したら解答の記入をやめて、答案用紙を番号順に重ねて机の上に置くこと。
6. 解答時間は120分である。途中退室は、認められない。
7. 退室するときは、問題冊子・下書用紙を持ち帰ること。

1

以下の問いに答えよ。

(1) 次の関数を微分せよ。

$$f(x) = e^{-x^2} \sin(x^2)$$

(2) 次の定積分の値を求めよ。

$$\int_2^{10} \frac{|5-x|}{\sqrt{x-1}} dx$$

(3) 2点 $P(1, -1)$, $Q(3, 1)$ を, それぞれ $P'(1, -3)$, $Q'(9, 5)$ に移動させる 2 次の正方行列 A を求めよ。

2

$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ とし, $B = E + A$ とする。ただし, E は 2 次の単位行列である。

(1) $A^2 = 5A$ が成り立つことを示せ。

(2) $n = 1, 2, 3, \dots$ に対し, $B^n = E + a_n A$ となる実数 a_n を求めよ。

3

座標平面上で連立不等式

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \leq 6 - 2y \\ y \leq 6 - 2x \end{cases}$$

の表す領域を D とする。

(1) 領域 D を図示せよ。

(2) 領域 D の点 (x, y) に対して, $3x + 4y$ の最大値を求めよ。

(3) 領域 D の点 (x, y) に対して, $x^2 + y^2 + 2x - 2y$ の最大値を求めよ。

4

座標平面上の二つの曲線 C_1, C_2 を

$$C_1: y = x^2 + 1$$

$$C_2: y = -x^2 - 1$$

と定める。点 $P(t, t^2 + 1)$ ($t > 0$) における C_1 の接線を l_1 とし、 l_1 と y 軸との交点を Q とする。

- (1) 点 Q を通り、 l_1 と垂直な直線 l_2 の方程式を求めよ。
- (2) (1) で求めた直線 l_2 が曲線 C_2 と接するときの t の値を求めよ。

5

xy 平面において、媒介変数 t で表される曲線

$$C: \begin{cases} x = \frac{\cos t}{1 + \sin t} \\ y = \sin t \end{cases} \quad \left(0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}\right)$$

は下図のようになる。

- (1) 曲線 C と x 軸および y 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。
- (2) 曲線 C と x 軸および y 軸で囲まれた部分を、 y 軸のまわりに一回転してできる立体の体積を求めよ。

