

数 学

(教育学部・経済学部)

(平成 22 年 度)

問題冊子 1～2 ページ

答案用紙 4 枚

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまでこの冊子を開いてはいけない。
2. 枚数の不足や、印刷に不鮮明なところがあれば申し出ること。
3. 解答は必ず答案用紙の指定された箇所へ記入すること。やむをえず裏面まで解答がおよぶ場合には、その旨を明記し、かつ、受験番号等を記入する部分(上部、右部分)の裏(斜線部分)には記入しないこと。
4. 受験番号は、答案用紙 1 枚ごとに所定の欄 2 箇所に必ず記入すること。
記入を忘れたり、あるいは誤った番号を記入した場合は失格となることがある。
5. 試験が終了したら、答案用紙を上から(その 1)、(その 2)、(その 3)、(その 4)の順序に重ねて机上に置くこと。
6. 退室するときは、問題冊子を持ち帰ること。

1 平面上の点 (a, b) は円 $x^2 + y^2 - 100 = 0$ 上を動き、点 (c, d) は円 $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 24 = 0$ 上を動くものとする。

- (1) $ac + bd = 0$ を満たす (a, b) と (c, d) の例を一組あげよ。
- (2) $ac + bd$ の最大値を求めよ。

2 a を実数とする。3つの放物線 $y = 4x^2$, $y = 2x^2 + 2$, $y = (x - a)^2$ のうち少なくとも2つの上にある点の個数を m とする。

- (1) $a = 1$ のとき m の値を求めよ。
- (2) $a = 3$ のとき m の値を求めよ。
- (3) $1 < a < 3$ のとき m の値を求めよ。

3 数列 $\{a_n\}$ が漸化式

$$a_{n+2} = -a_{n+1} + 2a_n, \quad a_1 = -1, \quad a_2 = 3$$

で定められているとする。 $p_n = a_{n+1} - a_n$, $q_n = a_{n+1} + 2a_n$ とおく。

- (1) $p_{n+1} = -2p_n$, $q_{n+1} = q_n$ となることを示し、数列 $\{p_n\}$ の一般項と数列 $\{q_n\}$ の一般項を求めよ。
- (2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) 数列 $\{b_n\}$ は漸化式

$$b_{n+2} = -b_{n+1} + 2b_n + 1, \quad b_1 = 0, \quad b_2 = 3$$

で定められているとする。 $b_{n+1} - b_n = a_{n+1}$ となることを示し、数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

4 半径 R の円 C の中心を通る直線を l とする。円 C 上の 2 点 A , B は弦 AB が l と交わらないように動くものとする。 l を軸として弦 AB を回転させてできる図形の面積を S とする。ただし、直線 l は円 C と同一平面上にあるものとする。

- (1) 弦 AB の長さを一定とするならば、弦 AB が l と平行のとき S が最大となることを証明せよ。
- (2) 弦 AB の長さが変化するとき、 S の最大値を求めよ。