

# 数 学

(理 学 部 数 学 科)

(平 成 2 2 年 度)

問題冊子 1～4 ページ      答案用紙 4 枚

## 注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけない。
2. 配布された用紙に、枚数の不足や印刷不鮮明な箇所がある場合には申し出ること。
3. 受験番号は、答案用紙1枚ごとに所定の欄2箇所に必ず記入すること。記入を忘れたり、誤った番号を記入したときは採点されないことがある。
4. 解答は必ず答案用紙の指定された箇所へ記入すること。やむをえず裏面にまで解答が及ぶ場合には、その旨を明記し、かつ、受験番号等を記入する部分（上部、右部分）の裏には記入しないこと。
5. 試験が終了したら、4枚の答案用紙を上から（その1）、（その2）、（その3）、（その4）の順になるように机上におくこと。
6. 退場するときは、問題冊子を持ち帰ること。

試験問題は、次ページからです。

1

行列  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  の表す 1 次変換  $f$  は、点  $(1, 1)$  を点  $(2, 3)$  に、点  $(2, -1)$  を点  $(2k, -k-1)$  に移すとする。また、原点を  $O$  とし、点  $(1, 0)$ ,  $(0, 1)$  を  $f$  で移した点をそれぞれ  $P$ ,  $Q$  とする。

(1)  $A$  の成分  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  を  $k$  を用いて表せ。

(2)  $\angle POQ$  が直角となる  $k$  を求めよ。

(3)  $OP = OQ$  となる  $k$  を求めよ。

2

$a, b, c$  を 9 以下の自然数とし, 2 次式  $f(x) = ax^2 - bx + c$  を考える。このとき,  $f(x)$  が次の条件を満たすような組  $(a, b, c)$  はそれぞれ何通りあるか。

- (1)  $f(1) = 0$  である。
- (2)  $f(1) = 0$  かつ  $f(2) = 0$  である。
- (3)  $f(1) = 0$  または  $f(2) = 0$  である。
- (4) 2 次方程式  $f(x) = 0$  は重解を持つ。

3

$0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  の範囲で、関数

$$f(x) = \frac{\sin x}{9 + 16 \sin^2 x}$$

を考える。次の問いに答えよ。

- (1) 関数  $f(x)$  の最大値を求めよ。
- (2) 関数  $f(x)$  が最大値をとる  $x$  の値を  $a$  とするとき、定積分

$$\int_a^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$$

を求めよ。

4

平面上を運動する点  $P$  の時刻  $t$  における座標  $(x, y)$  が,

$$x = 2t - t^2, \quad y = 1 - t^2 \quad (0 \leq t \leq 1)$$

で与えられているとする。このとき、点  $P$  の描く曲線を  $C$  とおく。

- (1)  $0 < t < 1$  の範囲で、点  $P$  の速さ (速度の大きさ) が最小になる時刻  $t$  を求めよ。
- (2) (1) で求めた時刻  $t$  に対応する  $C$  上の点における接線  $l$  の方程式を求めよ。
- (3) 接線  $l$  と曲線  $C$  は、接点以外に共有点を持たないことを示せ。
- (4) 曲線  $C$ 、接線  $l$  および  $y$  軸で囲まれる図形の面積を求めよ。