

数 学

(工 学 部)

(平成 22 年 度)

問題冊子 1～4 ページ 答案用紙 4 枚

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけない。
2. 配布された用紙に、枚数の不足や印刷不鮮明な箇所がある場合には申し出ること。
3. 受験番号は、答案用紙 1 枚ごとに所定の欄 2 箇所必ず記入すること。記入を忘れたり、誤った番号を記入したときは採点されないことがある。
4. 解答は必ず答案用紙の指定された箇所へ記入すること。やむをえず裏面にまで解答が及ぶ場合には、その旨を明記し、かつ、受験番号等を記入する部分（上部、右部分）の裏には記入しないこと。
5. 試験が終了したら、4 枚の答案用紙を上から（その 1）、（その 2）、（その 3）、（その 4）の順になるように机上におくこと。
6. 退場するときは、問題冊子を持ち帰ること。

1

行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ の表す 1 次変換 f は、点 $(1, 1)$ を点 $(2, 3)$ に、点 $(2, -1)$ を点 $(2k, -k-1)$ に移すとする。また、原点を O とし、点 $(1, 0)$, $(0, 1)$ を f で移した点をそれぞれ P , Q とする。

(1) A の成分 a , b , c , d を k を用いて表せ。

(2) $\angle POQ$ が直角となる k を求めよ。

(3) $OP = OQ$ となる k を求めよ。

2

数列 $a_1, a_2, a_3, \dots$ を次のように定める。

(ア) $a_1 = 1$ とする。

(イ) $a_n \geq \frac{5}{4}(n+1)$ であれば, $a_{n+1} = a_n - 1$ とする。

(ウ) $a_n < \frac{5}{4}(n+1)$ であれば, $a_{n+1} = a_n + 2$ とする。

このとき, 次の問いに答えよ。

(1) a_6 を求めよ。

(2) $a_{4m-1} = 5m$ ($m = 1, 2, 3, \dots$) を示せ。

(3) $a_n > 2010$ となる最小の n を求めよ。

3

$0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲で、関数

$$f(x) = \frac{\sin x}{9 + 16 \sin^2 x}$$

を考える。次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $f(x)$ の最大値を求めよ。
- (2) 関数 $f(x)$ が最大値をとる x の値を a とするとき、定積分

$$\int_a^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$$

を求めよ。

4

放物線 $C: y = \frac{x^2}{2}$ を考える。 $0 < a < \sqrt{2}$ を満たす定数 a に対して、点 $\left(a^3, \frac{3a^2}{2} + 1\right)$ を P で表す。

- (1) 点 P と C 上の点 $\left(t, \frac{t^2}{2}\right)$ との距離が最小となる t を a を用いて表せ。
- (2) (1) で求めた t に対して、点 $\left(t, \frac{t^2}{2}\right)$ を Q とおく。点 Q における C の接線と、直線 PQ は直交することを示せ。
- (3) 点 P と点 Q との距離が最大となるように a を定めよ。