数　　学

（教育学部・経済学部）

（平　成　23　年　度）

問題冊子　1～2ページ

答案用紙　4枚

注　意　事　項

1. 試験開始の合図があるまでこの冊子を開いてはいけない。
2. 枚数の不足や，印刷に不鮮明なところがあれば申し出ること。
3. 解答は必ず答案用紙の指定された箇所へ記入すること。**やむをえず裏面まで解答がおよぶ場合には，その旨を明記し，かつ，受験番号等を記入する部分（上部，右部分）の裏（斜線部分）には記入しないこと。**
4. 受験番号は，答案用紙1枚ごとに所定の欄2箇所に必ず記入すること。
   記入を忘れたり，あるいは誤った番号を記入した場合は失格となることがある。
5. 試験が終了したら，答案用紙を上から（その1），（その2），（その3），（その4）の順序に重ねて机上に置くこと。
6. 退室するときは，問題冊子を持ち帰ること。

1

実数 a は, $0 < a < 1$ をみたしているとする。

(1) 3次方程式 $x^3 + 3ax^2 + 3(a^2 - 1)x = 0$ は3つの異なる実数解をもつことを証明しなさい。

(2) 3次方程式 $x^3 + 3ax^2 + 3(a^2 - 1)x - 2 = 0$ は3つの異なる実数解をもつことを証明しなさい。

2

各辺の長さが 0 でない三角形 ABC に対し,

$$P(A) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}, \qquad P(B) = \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA}, \qquad P(C) = \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$$

とおく。

このとき以下の問いに, それぞれ理由をつけて答えなさい。

(1) $P(B) = P(C)$ をみたすとき, この三角形はどのような三角形か。

(2) $P(A)P(B) = P(C)P(A)$ をみたすとき, この三角形はどのような三角形か。

3

ある袋に10と書かれた２枚のカードと５と書かれた３枚のカードが入っている。この袋の中をよくかきまぜてから，カードを取り出す。以下の３つの方法で取り出した場合に，それぞれの期待値を求めなさい。

(1) この袋からカードを１枚取り出すとき，カードに書かれた数の期待値。

(2) この袋からカードを２枚取り出すとき，カードに書かれた数の合計の期待値。

(3) 最初に，この袋からカードを２枚取り出す。２枚のカードに書かれた数が異なる場合には，次にそのまま続けて３枚目のカードを取り出す。一方，初めに取り出したカードに書かれた数が同じ場合には，そのうちの１枚のカードを袋に戻した後に，３枚目のカードを取り出すこととする。このとき，袋に戻したカードも含めて，取り出した３枚のカードに書かれていた数の合計の期待値。

4

２次関数 $f(x)=\dfrac{12}{5}x^2-\dfrac{32}{5}x+4$ と，１次関数 $g(x)=2x-2$ が与えられている。この２つの関数 $f(x)$ と $g(x)$ を用いて，$a \geqq 1$ の範囲で $S(a)$ を，以下のように定める。

$$S(a)=\int_a^{a+1}|f(x)-g(x)|dx$$

このとき $S(a)$ を求めなさい。