

数 学

(工学部)

(平成 23 年度)

問題冊子 1～4 ページ 答案用紙 4 枚

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけない。
2. 配布された用紙に、枚数の不足や印刷不鮮明な箇所がある場合には申し出ること。
3. 受験番号は、答案用紙 1 枚ごとに所定の欄 2 箇所に必ず記入すること。記入を忘れたり、誤った番号を記入したときは採点されないことがある。
4. 解答は必ず答案用紙の指定された箇所へ記入すること。やむをえず裏面にまで解答が及ぶ場合には、その旨を明記し、かつ、受験番号等を記入する部分（上部、右部分）の裏には記入しないこと。
5. 試験が終了したら、4 枚の答案用紙を上から（その 1）、（その 2）、（その 3）、（その 4）の順になるように机上におくこと。
6. 退場するときは、問題冊子を持ち帰ること。

1

2つの放物線 $y = x^2$ および $y^2 = 8x$ を考える。次の問いに答えよ。

- (1) 2つの放物線の共有点を求めよ。
- (2) 2つの放物線によって囲まれた部分を S とする。 S の面積を求めよ。
- (3) S を x 軸のまわりに1回転してできる立体の体積を求めよ。

2

a, b, c, d は正の実数とし、行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ -c & -d \end{pmatrix}$ が $A^2 = O$ を満たすとする。ただし $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) a, d を b, c を用いて表せ。
- (2) 次の条件をすべて満たす x, y を b, c を用いて表せ。

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad x^2 + y^2 = b + c, \quad x > 0$$

- (3) x, y は (2) で求めたものとし、 z は実数とする。次の等式を満たす z を b, c を用いて表せ。

$$A \begin{pmatrix} x & z \\ y & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & z \\ y & x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3

a を 1 より大きい定数とする。 xy 平面上の点 $(a \cos t, \sqrt{a^2 - 1} \sin t)$ と直線 $x + y = \sqrt{3}a$ の距離を $f(t)$ とおく。 t が $0 \leq t \leq 2\pi$ の範囲を動くときの $f(t)$ の最小値を m とする。

- (1) m を a の関数として表せ。
- (2) (1) で求めた a の関数 m の最小値を求めよ。

4

ダイヤ 2 枚, ハート 2 枚, クラブ 2 枚, スペード 1 枚からなる 7 枚のトランプがある。このトランプ 7 枚をよく混ぜたのち, この 7 枚を裏のまま横 1 列に並べる事象に対して, 次のように点数を定める。

左から順にトランプをめくり, n 枚目をめくって初めてダイヤ, ハート, クラブ, スペードの 4 種類がそろったときに n 点とする。

次の問いに答えよ。

- (1) 点数が 7 点となる確率を求めよ。
- (2) 点数が 6 点となる確率を求めよ。
- (3) 点数の期待値を求めよ。