

数 学

(工学部)

(平成 24 年度)

問題冊子 1～4ページ 答案用紙 4枚

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけない。
2. 配布された用紙に、枚数の不足や印刷不鮮明な箇所がある場合には申し出ること。
3. 受験番号は、答案用紙1枚ごとに所定の欄2箇所に必ず記入すること。記入を忘れたり、誤った番号を記入したときは採点されないことがある。
4. 解答は必ず答案用紙の指定された箇所へ記入すること。やむをえず裏面にまで解答が及ぶ場合には、その旨を明記し、かつ、受験番号等を記入する部分(上部、右部分)の裏には記入しないこと。
5. 試験が終了したら、4枚の答案用紙を上から(その1)、(その2)、(その3)、(その4)の順になるように机の上におくこと。
6. 退場するときは、問題冊子を持ち帰ること。

試験問題は、次ページからです。

1

実数 t に対し, xy 平面において 2 つの位置ベクトル

$$\overrightarrow{OA} = \left(\frac{t}{2} + 1, \frac{t}{2} \right), \quad \overrightarrow{OB} = \left(t, \frac{t^2}{2} \right)$$

を考える。

- (1) 次の条件を満たす t が存在する実数 s の範囲を求めよ。

「ベクトル $\overrightarrow{AB}$ は, ベクトル $(1, s)$ に平行である。」

- (2) 次の条件を満たす t が存在する実数 s の範囲を求めよ。

「ベクトル $\overrightarrow{AB}$ は, ベクトル $(1, s)$ に平行であり, かつ $t > 1$ である。」

2

行列 A を $\begin{pmatrix} a & 1 \\ b & 2 \end{pmatrix}$ とし、 E , O をそれぞれ 2 次の単位行列, 零行列とする。

- (1) $A^2 - 5A + 4E = O$ を満たす実数 a , b を求めよ。
- (2) n を 2 以上の自然数とする。 x^n を $x^2 - 5x + 4$ で割った余りを求めよ。
- (3) a , b を (1) で求めた実数とする。2 以上の自然数 n に対して、 A^n を求めよ。

3 $a > 0$ に対し,

$$f(a) = \lim_{t \rightarrow +0} \int_t^1 |ax + x \log x| dx$$

とおく。次の問いに答えよ。必要ならば、 $\lim_{t \rightarrow +0} t^n \log t = 0$ ($n = 1, 2, \dots$)
を用いてよい。

- (1) $f(a)$ を求めよ。
- (2) a が正の実数全体を動くとき、 $f(a)$ の最小値とそのときの
 a の値を求めよ。

4

 $a > 0$ とし、関数

$$f(x) = e^{-ax} \sin(\sqrt{3}ax)$$

は

$$f''(x) + f'(x) + f(x) = 0$$

を満たすとする。

(1) a を求めよ。(2) $x > 0$ において $f(x)$ が極大となる x を小さい方から $x_1, x_2, x_3, \dots$ とする。 x_n を求めよ。(3) (2) で求めた x_n に対し、 $\sum_{n=1}^{\infty} f(x_n)$ を求めよ。