

# 数 学

(教育学部・経済学部)

(平成 25 年 度)【前期日程】

問題冊子 1 ～ 2 ページ

答案用紙 4 枚

## 注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまでこの冊子を開いてはいけない。
2. 枚数の不足や、印刷に不鮮明なところがあれば申し出ること。
3. 解答は必ず答案用紙の指定された箇所へ記入すること。やむをえず裏面まで解答がおよぶ場合には、その旨を明記し、かつ、受験番号等を記入する部分(上部、右部分)の裏(斜線部分)には記入しないこと。
4. 受験番号は、答案用紙 1 枚ごとに所定の欄 2 箇所に必ず記入すること。  
記入を忘れたり、あるいは誤った番号を記入した場合は失格となることがある。
5. 試験が終了したら、答案用紙を上から(その 1)、(その 2)、(その 3)、(その 4)の順序に重ねて机上に置くこと。
6. 退室するときは、問題冊子を持ち帰ること。

1

- (1)  $64^{95}$  と  $65^{90}$  の大小を比較せよ。  
 (2)  $63^{100}$  と  $64^{95}$  の大小を比較せよ。

2

すべての項が整数である数列を整数列と呼ぶ。

- (1) 整数列  $\{\alpha_n\}, \{\beta_n\}$  を次で定める。

$$(5 + 2\sqrt{6})^n = \alpha_n + \sqrt{6}\beta_n, \quad n = 1, 2, \dots$$

- (i) 数列  $\gamma_n = \alpha_n - \sqrt{6}\beta_n$  は等比数列になることを示し、その一般項を求めよ。  
 (ii) 一般項  $\alpha_n, \beta_n$  を求めよ。

- (2) 整数列  $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}, \{d_n\}$  を次で定める。

$$(\sqrt{2} + \sqrt{3})^n = a_n + \sqrt{2}b_n + \sqrt{3}c_n + \sqrt{6}d_n, \quad n = 1, 2, \dots$$

- (i)  $a_3, b_3, c_3, d_3$  をそれぞれ求めよ。  
 (ii) 一般項  $a_n, b_n, c_n, d_n$  を先の  $\alpha_n, \beta_n$  を用いて表せ。

3

辺の長さが  $AB = 1$ ,  $BC = k$  ( $0 < k < 1$ ) の長方形  $ABCD$  を考える。辺  $CD$  の中点を  $M$  とし、線分  $AM$  で三角形  $ADM$  を折り返したとき頂点  $D$  が重なる点を  $E$  とする。ただし、点  $E$  は長方形の外にはみ出る場合もある。このとき下記の設問に答えよ。

(1)  $\angle AMD = \alpha$  とするとき、 $\sin \alpha$  および  $\cos \alpha$  をそれぞれ  $k$  を用いて表せ。

(2) 点  $E$  を通り、辺  $CD$  に垂直な直線と辺  $CD$  の交点を  $F$  とする。このとき辺  $CF$  の長さを  $k$  を用いて表せ。

(3) 点  $E$  を通り、辺  $AM$  に垂直な直線と辺  $AM$  の交点を  $G$  とする。三角形  $BCE$  の面積が三角形  $AEG$  の面積のちょうど 2 倍になるときの  $k$  の値を求めよ。

4

$xyz$  空間における平面  $y = 0$  上のグラフ  $z = 2 - x^2$ , ( $0 \leq x \leq \sqrt{2}$ ) を  $z$  軸の周りに回転して得られるものを平面  $x = a$  で切りとる。ただし  $0 \leq a \leq \sqrt{2}$  とする。そのとき切り口の平面に曲線  $G$  が現れた。 $G$  上の点  $(x, y, z)$  は、

$$x = a, \quad z = 2 - a^2 - y^2, \quad (-\sqrt{2 - a^2} \leq y \leq \sqrt{2 - a^2})$$

をみtas。切り口の平面  $x = a$  上において点  $(a, 0, 0)$  と曲線  $G$  上の点の距離の最大値を  $r(a)$  とする。このとき下記の設問に答えよ。

(1)  $0 \leq a \leq \sqrt{2}$  に対して  $r(a)$  を求めよ。

(2) 次の積分値を求めよ。

$$\pi \int_1^{\sqrt{2}} (r(x))^2 dx$$