

数 学

(工 学 部)

(平成31年度)【前期日程】

問題冊子 1～4 ページ 答案用紙 4 枚

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけない。
2. 配布された用紙に、枚数の不足や印刷不鮮明な箇所がある場合には申し出ること。
3. 受験番号は、答案用紙1枚ごとに所定の欄2箇所に必ず記入すること。記入を忘れたり、誤った番号を記入したときは採点されないことがある。
4. 解答は必ず答案用紙の指定された箇所へ記入すること。やむをえず裏面にまで解答が及ぶ場合には、その旨を明記し、かつ、受験番号等を記入する部分(上部、右部分)の裏には記入しないこと。
5. 試験が終了したら、4枚の答案用紙を上から(その1)、(その2)、(その3)、(その4)の順になるように机上におくこと。
6. 退場するときは、問題冊子を持ち帰ること。

1

次の問いに答えよ。

- (1) 実数 x, y が $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 8$ を満たすとき, $x+y$ と xy のとりうる値の範囲をそれぞれ求めよ。
- (2) α, β は $(\alpha-3)^2 + (\beta-3)^2 = 8$ かつ $\alpha < \beta$ を満たす実数とする。
また, α, β は 2 次方程式 $x^2 - kx + \frac{5}{2} = 0$ の 2 つの解であるとする。
このとき k, α, β を求めよ。

2

一辺の長さが 1 の正四面体 OABC において、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ 、 $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおく。辺 OB を 2:1 に内分する点を P とし、線分 CP を $t:1-t$ に内分する点を Q とする ($0 < t < 1$)。次の問いに答えよ。

- (1) $\overrightarrow{OQ}$ を $t, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表せ。
- (2) ベクトルの大きさ $|\overrightarrow{OQ}|$ と内積 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OQ}$ を t を用いて表せ。
- (3) 三角形 OAQ の面積を $S(t)$ とする。 $S(t)$ を求めよ。
- (4) 面積 $S(t)$ を最小にする t の値 t_0 と、最小の面積 $S(t_0)$ を求めよ。

3

数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ を

$$a_n = \sum_{j=1}^{2n} \frac{(-1)^{j-1}}{j} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n}$$

$$b_n = \sum_{j=1}^n \frac{1}{n+j}$$

により定める。次の問いに答えよ。

- (1) b_1, b_2, b_3 を求めよ。
- (2) $a_n = b_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を示せ。
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。

4

a は $0 < a < 1$ を満たすとする。 $x > 0$ において、関数

$$f(x) = \frac{\log x}{x^2}, \quad g(x) = a \log x$$

を考える。次の問いに答えよ。必要ならば $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x} = 0$ を用いてよい。

- (1) 関数 $f(x)$ の増減, 凹凸を調べ, $y = f(x)$ のグラフの概形を xy 平面に描け。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ と曲線 $y = g(x)$ で囲まれた部分の面積を $S(a)$ とする。 $S(a)$ を求めよ。
- (3) $\lim_{a \rightarrow +0} S(a)$ を求めよ。