平成31年度入学試験問題（一般入試）

数　　学

10：20～12：00

注　意

1. 問題冊子は6ページ，解答紙は2枚である。問題冊子は，指示があるまで開かないこと。
2. 解答開始前に，試験監督者の指示にしたがって，すべての解答紙それぞれ2ケ所に受験番号を記入すること。
3. 「始め」の合図があったら，問題冊子のページ数を確認すること。
4. 解答は，黒色鉛筆(シャープペンシルも可)を使用し，すべて所定の欄に記入すること。欄外および裏面には記入しないこと。
5. 試験終了後，監督者の指示にしたがって，解答紙の順番をそろえること。
6. 下書き等は，問題冊子の余白を利用すること。
7. 解答紙は持ち帰らないこと。

1 空欄にあてはまる適切な数，式，記号などを解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

(1) 実数 x，y が $x^2+y^2+2xy+2x-2y+2=0$ を満たすとき $x-y$ の最大値は $\boxed{\text{ア}}$ である。

(2) 数列 $\{a_n\}$ は $a_1=1$，$a_2=3$，$\dfrac{a_{n+1}-a_n}{a_{n+2}}=0.25\,(n=1,2,3,\cdots)$ を満たすとする。a_{31} の値は $\boxed{\text{イ}}$ である。

(3) α，β は $\alpha^2+\beta^2=\alpha\beta$ および $|\alpha-\beta|=2\sqrt{5}$ を満たす複素数とする。複素数平面上で，3 点 0，α，β を頂点とする三角形の面積は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

(4) 円に内接する四角形 ABCD において，AB $=3$，BC $=4$，CD $=5$，DA $=6$ であるとき，四角形 ABCD の面積は $\boxed{\text{エ}}$ である。

(5) $\sin\dfrac{2\pi}{7}+\sin\dfrac{4\pi}{7}+\sin\dfrac{8\pi}{7}$ の値は $\boxed{\text{オ}}$ であり，$\cos\dfrac{2\pi}{7}+\cos\dfrac{4\pi}{7}+\cos\dfrac{8\pi}{7}$ の値は $\boxed{\text{カ}}$ である。

(6) 4 以上 100 以下の自然数で，合成数であるものの個数は $\boxed{\text{キ}}$ である。

(7) 数列の極限 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}(\sqrt[3]{n^9-n^6}-n^3)$ の値は $\boxed{\text{ク}}$ である。

（計算用余白）

2 空欄にあてはまる適切な数，式，記号などを解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

(1) 曲線 $y = x^2 - x\,(0 \leqq x \leqq 2)$ と直線 $y = x$ で囲まれた部分を直線 $y = x$ の周りに1回転させてできる立体の体積は [ケ] である。

(2) 実数 x に対して，方程式 $e^x = \pi^x + ||x - 2| - 1|$ の解の個数は [コ] である。

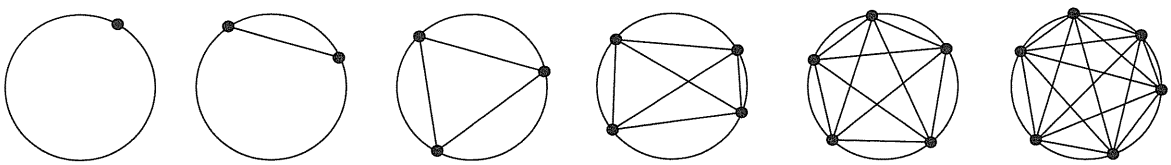
(3) 実数 x に対して，x 以下の最大の整数を $[x]$ で表す。たとえば $[3] = 3$，$[3.14] = 3$，$[-3.14] = -4$ である。$[\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} - \sqrt{36 + 9\sqrt{15}}]$ の値は [サ] である。

(4) 定積分 $\displaystyle\int_{99}^{101} \sqrt{(x - 99)(101 - x)}\,dx$ の値は [シ] である。

(5) 定積分 $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \tan^4 x\,dx$ の値は [ス] である。

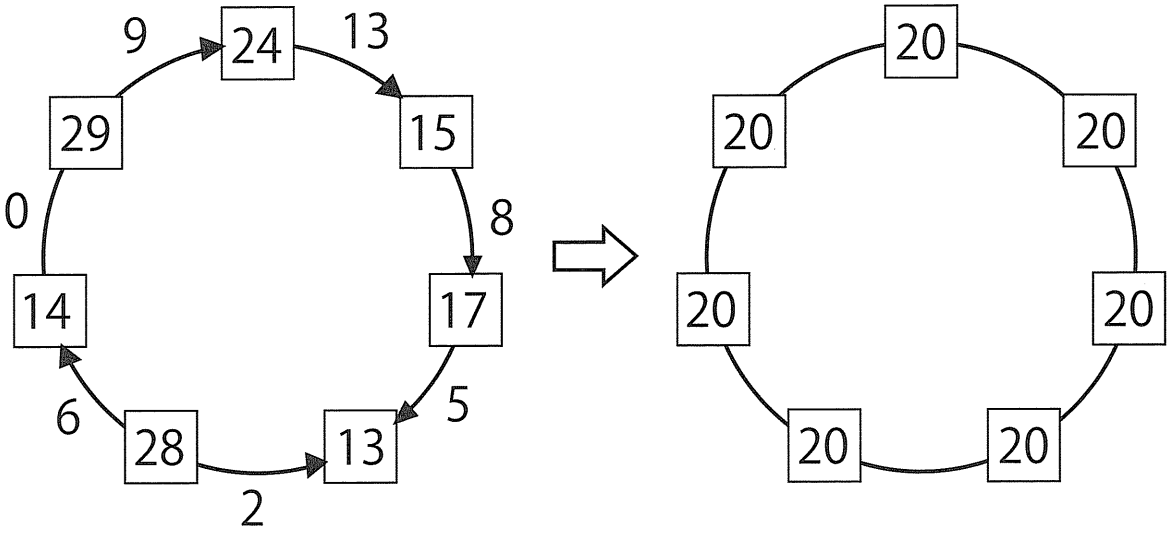
(6) $\mathrm{AB} = 1$，$\mathrm{BC} = \sqrt{2}$，$\mathrm{CA} = \sqrt{5}$ である $\triangle\mathrm{ABC}$ の外心を O，垂心を H とするとき線分 OH の長さは [セ] である。

(7) 円周上に n 点をとり点同士を結ぶ線分を引きうる限り引くとする。ただし，3つの線が内部で1点で交わることはないものとする。これらの線により分割された領域の数を a_n とおく。たとえば，$a_1 = 1$，$a_2 = 2$，$a_3 = 4$，$a_4 = 8$，$a_5 = 16$，$a_6 = 31$ である(下の図)。a_{10} の値は [ソ] であり，a_{20} の値は [タ] である。



（計算用余白）

3 7つのマッチ箱が円にそって並べてある。はじめの箱には24本のマッチ棒が入っており，2番目には15本，以下，17本，13本，28本，14本，29本のマッチ棒が入っている。マッチ棒は隣り合う箱にしか移せないとする。移動させるマッチの総本数を輸送量とよぶことにする。下の図は，箱に入っているマッチの本数がすべて同じになるようなマッチの移し方のひとつであり，輸送量は13＋8＋5＋2＋6＋0＋9＝43本である。他にも様々な移し方とそのときの輸送量が考えられる。すべての箱に入っているマッチの本数が同じ(すなわち各々20本ずつ)になるようにマッチを移すときの輸送量の<u>最小値</u>を求めなさい。



（計算用余白）