

〔解答〕

ア	イ	ウ
0.3	2.4	20

〔解説〕

体重 80 kg の患者さんに 300 分だけノルアドレナリンを $7.2 \times 10^3 \mu\text{g}$ 投与するため、

$$\frac{7.2 \times 10^3 \mu\text{g}}{80 \text{ kg} \times 300 \text{ min}} = 0.3 \text{ ガンマ投与すればよい。}$$

3 g/L のノルアドレナリン溶液を用いて $7.2 \times 10^{-3} \text{ g}$ のノルアドレナリンを投与するため、

$$\frac{7.2 \times 10^{-3} \text{ g}}{3 \text{ g/L}} = 2.4 \text{ mL のノルアドレナリン溶液を使用すればよい。}$$

x 滴で 1 mL 滴下される輸液セットを用いるとする。すなわち、1 滴で $\frac{1}{x}$ mL 滴下される。ま

た、条件により、1 秒間に $\frac{1}{9}$ 滴滴下される。滴下の時間は 5 時間、すなわち 18000 秒である。

よって、投与された輸液 100 mL を上記の量を用いて表すと、 $\frac{1}{9x} [\text{mL/s}] \times 18000 [\text{s}] = 100 \text{ mL}$

となる。この方程式の解は $x = 20$ である。

【解答】

エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス
1659	$-\frac{1}{2}$	30	$-2x$	$(\pm 2\sqrt{ac}+b)x$	$x\sqrt{x^2+1}+C$	4	$x^2+y^2=2$	$\frac{21}{32}$	1:3

【解説】

・

(3)から、甲の用意した数字列は1, 5, 6, 9を含むとわかる。このことと(1)から、甲の用意した数字列の左から2番目は6であるか、左から4番目は5であるかのいずれかである。

[i] 甲の用意した数字列の左から2番目が6のとき

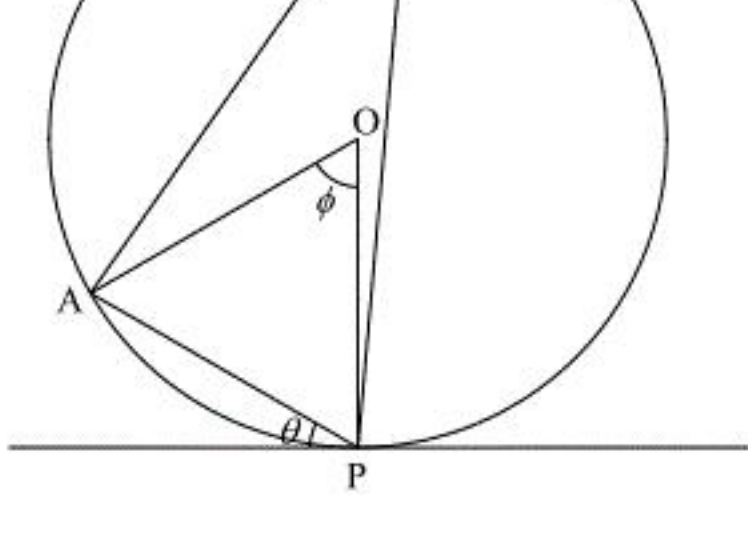
このとき(2)より、1は左から1番目にある。また、(1)より左から3番目に5があるとわかる。よって、甲の用意した数字列は1659である必要があり、確かに1659は(1)(2)(3)を満たしているから適する。

[ii] 甲の用意した数字列の左から4番目が5のとき

このとき(2)より、1は左から1番目にある。しかし、これは(3)と矛盾するから不適である。以上、[1], [2]より、甲の用意した数字列は1659である。

・

点Qを以下のように定める。



いま、接弦定理により $\angle AQP = \theta$ であるから、 $\theta = \frac{\phi}{2}$ が成り立つ。また、 $\triangle OAP$ について、点OからAPに下ろした垂線とAPとの交点をHとおく。 $\triangle OAP$ は二等辺三角形であるため、この垂線は $\angle AOP$ とAPを二等分する。したがって、

$$AH = \frac{L}{2}$$

$$\Leftrightarrow L = 2a \sin \frac{\phi}{2}$$

となる。したがって、

$$\begin{aligned} f &= \left(2a \sin \frac{\phi}{2}\right)^3 \cos \frac{\phi}{2} \\ &= 4a^3 \cdot \sin^2 \frac{\phi}{2} \cdot 2 \sin \frac{\phi}{2} \cos \frac{\phi}{2} \\ &= 4a^3 \cdot \frac{1 - \cos \phi}{2} \cdot \sin \phi \\ &= 2a^3 (1 - \cos \phi) \sin \phi \end{aligned}$$

である。このとき、

$$\begin{aligned} f' &= 2a^3 \{ \sin^2 \phi + (1 - \cos \phi) \cos \phi \} \\ &= 2a^3 (-2 \cos^2 \phi + \cos \phi + 1) \\ &= 2a^3 (2 \cos \phi + 1)(1 - \cos \phi) \end{aligned}$$

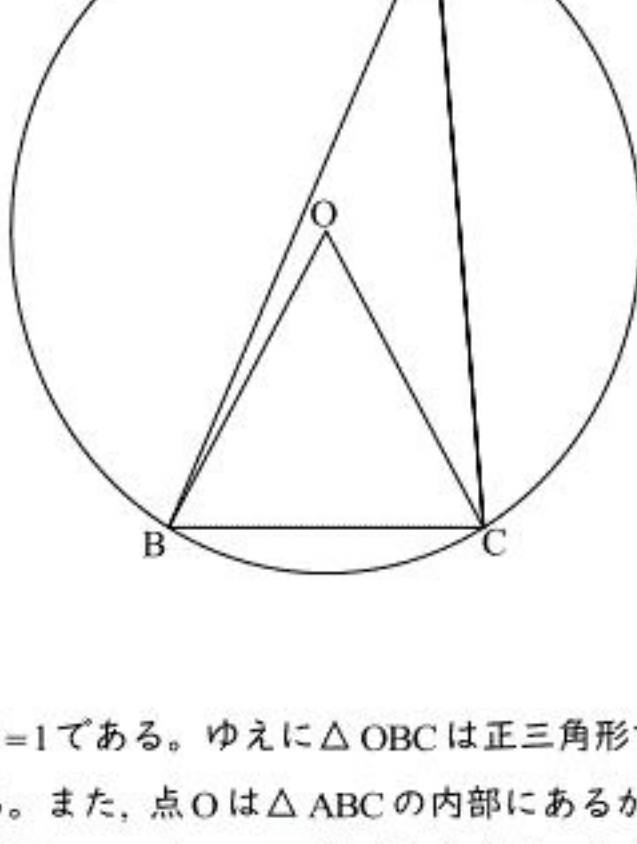
であるから、 $0 < \phi < \pi$ における f の増減を調べると、

ϕ	0	...	$\frac{2}{3}\pi$	...	π
f'		+	0	-	
f		$\nearrow$	極大	$\searrow$	

となる。したがって f が最大になるのは $\phi = \frac{2}{3}\pi$ のときだから、 $\cos \phi = -\frac{1}{2}$ である。

・

BC=1であるような $\triangle ABC$ が、中心Oで半径1の円に内接しているとする。



このとき、 $OB = BC = CO = 1$ である。ゆえに $\triangle OBC$ は正三角形であるから $\angle BOC = 60^\circ$ であり、 $\angle BAC = 30^\circ$ とわかる。また、点Oは $\triangle ABC$ の内部にあるから $\angle ACB > 60^\circ$ 、 $\angle CBA > 60^\circ$ である。したがって、 $\triangle ABC$ の最も小さな角の大きさは 30° である。

・

二次曲線の式を整理すると $(x+1)^2 + \frac{(y-2)^2}{4} = 1$ となる。すなわち、中心が $(-1, 2)$ の楕円を表す。この楕円の面積を二等分するような直線は点 $(-1, 2)$ を通るから、求める直線の式は

$y = -2x$ である。

・

$y' = 2ax + b$ より、放物線の $x = t$ における接線の方程式は、

$$y = (2at + b)(x - t) + at^2 + bt + c$$

である。ここで、直角三角形の面積は0以上であるから、原点を通る接線が存在すればそれが求める接線である。いま、接線が原点を通るとすると、 $0 = -at^2 + c$ となる。条件より

$\frac{c}{a} > 0$ であるから、解は $t = \pm \sqrt{\frac{c}{a}}$ である。よって原点を通る接線は存在し、その接線の方程式

は $y = (\pm 2\sqrt{ac} + b)x$ である。

・

部分積分法を用いて式変形すると以下になる。

$$\begin{aligned} \int \left(2\sqrt{x^2+1} - \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \right) dx &= \int (x)' \sqrt{x^2+1} dx + \int \left(\sqrt{x^2+1} - \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \right) dx \\ &= x\sqrt{x^2+1} - \int x \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx + \int \left(\sqrt{x^2+1} - \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \right) dx \\ &= x\sqrt{x^2+1} + \int \left(\sqrt{x^2+1} - \frac{x^2+1}{\sqrt{x^2+1}} \right) dx \\ &= x\sqrt{x^2+1} + C \end{aligned}$$

与えられた方程式を変形すると、

$$\begin{aligned} 1 &= \frac{6 \left(1 - \sqrt{\frac{1}{x}} \right)}{x-1} \\ \Leftrightarrow 1 &= \frac{6(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}(x-1)} \\ \Leftrightarrow 1 &= \frac{6(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \\ \Leftrightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x}+1) &= 6 \end{aligned}$$

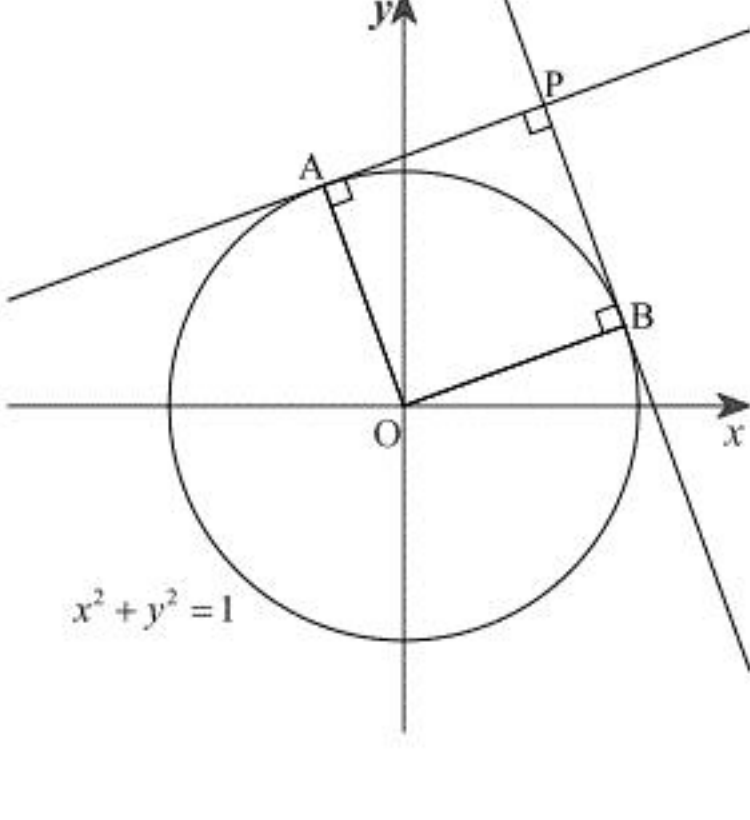
を得る。これは $x=0, 1$ を解に持たないから $(\sqrt{x}+1)\sqrt{x} \neq 0$ かつ $x-1 \neq 0$ である。よって、与

えられた方程式は $(\sqrt{x}+1)\sqrt{x} = 6$ と同値である。このとき、

$$\begin{aligned} (\sqrt{x}+1)\sqrt{x} &= 6 \\ \Leftrightarrow \sqrt{x^2} + \sqrt{x} - 6 &= 0 \\ \Leftrightarrow (\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2) &= 0 \\ \Leftrightarrow \sqrt{x} &= -3, 2 \\ \Leftrightarrow x &= 4 \end{aligned}$$

となる。

・



接線の交点をPとする。点A, Bで円と直線が接しているから $\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$ であり、問題文にある条件から $\angle APB = 90^\circ$ である。よって四角形OAPBは正方形であり、その一辺の長さは1である。ゆえに $OP = \sqrt{2}$ となる。いま、原点まわりの対称性から、点Pは $OP = \sqrt{2}$ を満たしながら動く。したがって、原点が中心で半径が $\sqrt{2}$ の円を表す方程式である $x^2 + y^2 = 2$ が求める式となる。

・

印のついた頂点が三角形になる条件は、3回ルーレットを回したときにすべて違う文字が出ることである。そのような文字の出方は $8 \cdot 7 \cdot 6$ 通りある。また、1回ごとに8通りの文字の出方があるため、3回ルーレットを回したときの3文字の出方の総数は 8^3 通りある。よって求める確率は $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{8^3} = \frac{21}{32}$ である。

・

3点O, A, Bを選ぶとする。このとき、 $\triangle OAB$ の重心が点Gであるから、 $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB}$

である。よって、

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OP} &= \frac{n}{m+n} \overrightarrow{OG} + \frac{m}{m+n} \overrightarrow{OC} \\ &= \frac{n}{3(m+n)} \overrightarrow{OA} + \frac{n}{3(m+n)} \overrightarrow{OB} + \frac{m}{m+n} \overrightarrow{OC} \end{aligned}$$

である。いま、点Pの位置が3点の選び方によらないためには、A, B, Cに対称性がなければ

いけない。よって $\frac{n}{3(m+n)} = \frac{m}{m+n}$ 、すなわち $m:n=1:3$ となる。

ここで、ベクトルの始点を点Oでなく点Aとしても同様の議論ができる。すなわち、3点O, A, Bを選んだときでも、3点A, B, Cを選んだときでも、点Pの位置は変わらない。したがって、与えられた4点のうちどの3点を選んでも点Pの位置は変わらない。

以上より、求める比は1:3である。

【解答】

セ	ソ	タ	チ	ツ
$f+a\cos\theta_1, a\sin\theta_1$	$f+a\cos\theta_1+b\cos\theta_2, a\sin\theta_1+b\sin\theta_2$	$\frac{2\pi}{\omega_1}$	5π	π
テ	ト	ナ	ニ	ヌ
1	π	1	0	$\pm 2(k-1)\omega_1$
ネ	ノ	ハ	ヒ	フ
π	$\left(k-\frac{1}{2}\right)\omega_1$	π	$z-1$	$z+1$

【解説】

・

$\overline{OF}=(f, 0)$, $\overline{FP}=(a\cos\theta_1, a\sin\theta_1)$ であり, $\overline{OP}=\overline{OF}+\overline{FP}$ であるから,

$(x_1, y_1)=(f+a\cos\theta_1, a\sin\theta_1)$ と表される。

・

$\overline{PS}=(b\cos\theta_2, b\sin\theta_2)$ であり, $\overline{OS}=\overline{OF}+\overline{FP}+\overline{PS}$ であるから,

$(x_2, y_2)=(f+a\cos\theta_1+b\cos\theta_2, a\sin\theta_1+b\sin\theta_2)$ と表される。

・

$2\pi=\omega_1 T_p$ が成立するから, $T_p=\frac{2\pi}{\omega_1}$ である。

・

$t=0$ のとき, $\overline{OS}=(7+\cos\phi, \sin\phi)$ である。ゆえに, $B=\sqrt{50+14\cos\phi}$ である。図2より

$B=6$ であるから, $\cos\phi=-1$, すなわち $\phi=\pi$ である。

$t=1$ のとき, $\overline{OS}=(7-\cos\omega_2, -\sin\omega_2)$ である。ゆえに, $B=\sqrt{50-14\cos\omega_2}$ である。図2より

$B=8$ であるから, $\cos\omega_2=-1$ である。したがって, 整数 n を用いて $\omega_2=(2n+1)\pi$ と表せる。グラフより

$0\leq t<1$ の範囲で B は増加, 減少, 増加, 減少, 増加と動いているため, P が1周する間に S

は $\frac{5}{2}$ 周している。したがって,

$$\omega_2=5\pi$$

となる。

・

$\cos\theta_1=-\cos\theta_2$, $\sin\theta_1=-\sin\theta_2$ を満たしていれば $S(f+(a-b)\cos\theta_1, (a-b)\sin\theta_1)$ となり, 点

S の軌跡は中心が $(f, 0)$, 半径が $a-b$ の円となる。 $\cos\theta_1=-\cos\theta_2$, $\sin\theta_1=-\sin\theta_2$ となるには,

$\omega_1=\omega_2$, $\phi=\pi$ であればよい。

・

$\cos\theta_1=\cos\theta_2$, $\sin\theta_1=\sin\theta_2$ を満たしていれば $S(f+(a+b)\cos\theta_1, (a+b)\sin\theta_1)$ となり, 点 S の

軌跡は中心が $(f, 0)$, 半径が $a+b$ の円となる。 $\cos\theta_1=\cos\theta_2$, $\sin\theta_1=\sin\theta_2$ となるには,

$\omega_1=\omega_2$, $\phi=0$ であればよい。

・

点 S が点 $(f-a-b, 0)$ にあるときを考える。このとき, $PS=b$ より, 点 P は点 S を中心とする

半径 b の円周上にいなければいけない。よって, 点 P は $(f-a, 0)$ にあり, これは $t=\frac{1}{2}T_p$ の

ときである。ゆえに, 整数 l を用いて,

$$\omega_2\cdot\frac{1}{2}T_p+\phi=(2l+1)\pi$$

が成り立つ。したがって,

$$\phi=\left(2l+1-\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)\pi \quad \cdots \textcircled{1}$$

となる。この式が, 点 S が点 $(f-a-b, 0)$ を通過する条件である。次に, 点 S が点

$(f+a-b, 0)$ を通過する条件を求める。 $a=b$ のとき, ①の下での点 S の座標は,

$$S\left(f+a\left\{\cos\omega_1t-\cos\left(\omega_2t-\frac{\omega_2}{\omega_1}\pi\right)\right\}, a\left\{\sin\omega_1t-\sin\left(\omega_2t-\frac{\omega_2}{\omega_1}\pi\right)\right\}\right)$$

となる。よって, 点 S が点 $(f+a-b, 0)$ を通過する条件は,

$$\cos\omega_1t-\cos\left(\omega_2t-\frac{\omega_2}{\omega_1}\pi\right)=0 \quad \cdots \textcircled{2}$$

かつ

$$\sin\omega_1t-\sin\left(\omega_2t-\frac{\omega_2}{\omega_1}\pi\right)=0 \quad \cdots \textcircled{3}$$

を満たす t が $0\leq t<2\pi$ の範囲に存在することである。いま,

$$\textcircled{2}\Leftrightarrow 2\sin\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t+\frac{\omega_2}{2\omega_1}\pi\right)\sin\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t-\frac{\omega_2}{2\omega_1}\pi\right)=0$$

$$\textcircled{3}\Leftrightarrow 2\sin\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t+\frac{\omega_2}{2\omega_1}\pi\right)\cos\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t-\frac{\omega_2}{2\omega_1}\pi\right)=0$$

より, 整数 l を用いて,

$$\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t+\frac{\omega_2}{2\omega_1}\pi=l\pi \quad \cdots \textcircled{4}$$

である。 $\omega_1=\omega_2$ とすると④は $l=-\frac{1}{2}$ となるから, $\omega_1\neq\omega_2$ としてよい。このとき④は,

$$t=-\frac{\omega_2}{\omega_1(\omega_1-\omega_2)}\pi+\frac{2l}{\omega_1-\omega_2}\pi$$

となるから, $0\leq t<2\pi$ より,

$$0\leq-\frac{\omega_2}{\omega_1(\omega_1-\omega_2)}\pi+\frac{2l}{\omega_1-\omega_2}\pi<2\pi$$

である。例えば, $\omega_1>\omega_2$ のとき,

$$\frac{\omega_2}{2\omega_1}\pi\leq l<(\omega_1-\omega_2)\pi+\frac{\omega_2}{2\omega_1}\pi$$

と変形される。これを満たす整数 l が存在するための十分条件は $(\omega_1-\omega_2)\pi\geq 1$ である。し

たがって, 本問で求めるべき必要十分条件について, ω_1 を固定すると ω_2 は連続的な値をとり

うる。しかし, 本問の解答形式から判断すると, ω_1 を固定すると ω_2 は離散的な値しかとれない。

以下, $a\neq b$ のときを考える。点 S が点 $(f+a-b, 0)$ にあるとき, $PS=b$ より, 点 P は点

S を中心とする半径 b の円周上にいなければいけない。よって, 点 P は $(f+a, 0)$ にあり, こ

れは $t=0$ のときである。ゆえに, $\omega_2\cdot 0+\phi=\pi$, すなわち $\phi=\pi$ である。①より

$$\left(2l+1-\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)\pi=\pi$$

となるから, $\omega_2=2l\omega_1$ である。したがって, $a\neq b$ の下で, 求める必要十分条件は,

$\omega_2=\pm 2(k-1)\omega_1$ を満たす整数 k が存在し, かつ, $\phi=\pi$ となることである。

・

$t=0$ のとき, 点 P の位置は $(f+a, 0)$, 点 S の位置は $(f+a-b, 0)$ であるから, $\cos\phi=-1$, $\sin\phi=0$ である。よって $\phi=\pi$ でなければならない。 $t=T_p$ のとき, 点 P の位置は $(f+a, 0)$,

点 S の位置は $(f+a+b, 0)$ であるから, $\cos\left(\omega_2\cdot\frac{2\pi}{\omega_1}+\pi\right)=1$, $\sin\left(\omega_2\cdot\frac{2\pi}{\omega_1}+\pi\right)=0$ である。よ

って, k を自然数として $\omega_2\cdot\frac{2\pi}{\omega_1}+\pi=2k\pi$, すなわち $\omega_2=\frac{2k-1}{2}\omega_1$ でなければならない。

$\omega_2=\frac{2k-1}{2}\omega_1$, $\phi=\pi$ のときを考える。以下では n を非負整数とする。 $t=2nT_p$ のとき,

$$\theta_2=\frac{2k-1}{2}\omega_1\cdot 2nT_p+\pi=(2k-1)n\cdot 2\pi+\pi$$

となるから, $\cos\theta_2=-1$, $\sin\theta_2=0$ を満たし, 確かに点 S の位置は $(f+a-b, 0)$ である。

$t=(2n+1)T_p$ のとき,

$$\theta_2=\frac{2k-1}{2}\omega_1\cdot(2n+1)T_p+\pi=\{(2k-1)n+k\}\cdot 2\pi$$

となるから, $\cos\theta_2=1$, $\sin\theta_2=0$ を満たし, 確かに点 S の位置は $(f+a+b, 0)$ である。

以上より, 求める条件は $\omega_2=\frac{2k-1}{2}\omega_1$, $\phi=\pi$ である。

・

蝕が起こる条件は, m を整数として, $\theta_2=(2m+1)\pi+\theta_1$ である。ここで,

$$\begin{aligned}\theta_2 &= (2m+1)\pi+\theta_1 \\ \Leftrightarrow z\omega_1t+\phi &= (2m+1)\pi+\omega_1t \\ \Leftrightarrow t &= \frac{(2m+1)\pi-\phi}{(z-1)\omega_1}\end{aligned}$$

である。点 P が1周する間に蝕の起こる回数は, $0\leq t<\frac{2\pi}{\omega_1}$ を満たす z の個数と一致する。

このとき, $z-1>0$, $\omega_1>0$ であるから,

$$0\leq t<\frac{2\pi}{\omega_1}\Leftrightarrow 0\leq\frac{(2m+1)\pi-\phi}{(z-1)\omega_1}<\frac{2\pi}{\omega_1}\Leftrightarrow\frac{\phi}{2\pi}-\frac{1}{2}\leq m<z-\frac{3}{2}+\frac{\phi}{2\pi}$$

である。 $0\leq\phi\leq\pi$ のとき $0\leq\frac{\phi}{2\pi}<\frac{1}{2}$ であるから, $m=0, 1, \cdots, z-2$ の $z-1$ 個の解がある。

$\pi<\phi<2\pi$ のとき $\frac{1}{2}<\frac{\phi}{2\pi}<1$ であるから, $m=1, 2, \cdots, z-1$ の $z-1$ 個の解がある。いずれの場合も m は $z-1$ 個あるから, 蝕が起こる回数は $z-1$ 回である。

・

前問と同様にすると, 蝕が起こる条件から,

$$\begin{aligned}\theta_2 &= (2m+1)\pi+\theta_1 \\ \Leftrightarrow -z\omega_1t+\phi &= (2m+1)\pi+\omega_1t \\ \Leftrightarrow t &= \frac{(2m+1)\pi-\phi}{-(z+1)\omega_1}\end{aligned}$$

である。点 P が1周する間に蝕の起こる回数は, $0\leq t<\frac{2\pi}{\omega_1}$ を満たす z の個数と一致する。

このとき, $z+1>0$, $\omega_1>0$ であるから,

$$0\leq t<\frac{2\pi}{\omega_1}\Leftrightarrow 0\leq\frac{(2m+1)\pi-\phi}{-(z+1)\omega_1}<\frac{2\pi}{\omega_1}\Leftrightarrow -z-\frac{3}{2}+\frac{\phi}{2\pi}< m\leq\frac{\phi}{2\pi}-\frac{1}{2}$$

である。 $0\leq\phi\leq\pi$ のとき $0\leq\frac{\phi}{2\pi}<\frac{1}{2}$ であるから, $m=-z-1, -z, \cdots, -1$ の $z+1$ 個の解がある。

る。 $\pi<\phi<2\pi$ のとき $\frac{1}{2}\leq\frac{\phi}{2\pi}<1$ であるから, $m=-z, -z+1, \cdots, 0$ の $z+1$ 個の解がある。い

ずれの場合も m は $z+1$ 個あるから, 蝕が起こる回数は $z+1$ 回である。

(1)

与えられた漸化式は,

$$\begin{aligned} a_{n+1} &= pa_n + q^n \\ \Leftrightarrow \frac{a_{n+1}}{q^{n+1}} &= \frac{p}{q} \cdot \frac{a_n}{q^n} + 1 \\ \Leftrightarrow \frac{a_{n+1}}{q^{n+1}} - \frac{1}{q-p} &= \frac{p}{q} \left(\frac{a_n}{q^n} - \frac{1}{q-p} \right) \end{aligned}$$

と変形できる。すなわち、数列 $\left\{ \frac{a_n}{q^n} - \frac{1}{q-p} \right\}$ は初項が $\frac{1}{q}$ 、公比が $\frac{p}{q}$ の等比数列であるから、

$$\frac{a_n}{q^n} - \frac{1}{q-p} = \frac{1}{q} \left(\frac{p}{q} \right)^{n-1} \text{ である。よって、 } a_n = qp^{n-1} + \frac{q^n}{q-p} \text{ となる。}$$

$$(\text{答}) \quad a_n = qp^{n-1} + \frac{q^n}{q-p}$$

(2)

すべての n について $\frac{a_n}{q^n} \geq 1$ 、すなわち $\left(\frac{p}{q} \right)^{n-1} + \frac{1}{q-p} \geq 1$ が成り立つ条件を求める。

$p > q$ のとき、 $\frac{p}{q} > 1$ だから $\left(\frac{p}{q} \right)^{n-1}$ は単調に増加する。よって、 $n=1$ で最小となり、その最小

値が 1 以上であることが条件であるから、 $1 + \frac{1}{q-p} \geq 1$ 、すなわち $q > p$ である。しかし、

$p > q$ かつ $q > p$ をみたす p と q は存在しないため、不適である。 $p < q$ のとき、 $0 < \frac{p}{q} < 1$ だ

から $\left(\frac{p}{q} \right)^{n-1}$ は単調に減少し、0 に収束する。よって上と同様、 $n \rightarrow \infty$ で最小値は $\frac{1}{q-p} \geq 1$ 、

すなわち $q \leq p+1$ である。よって、 $p < q$ かつ $q \leq p+1$ より、 $q = p+1$ である。以上より、求める条件は $q = p+1$ である。

$$(\text{答}) \quad q = p+1$$

(3)

(2) より、 $\frac{a_n}{q^n} = \left(\frac{p}{q} \right)^{n-1} + \frac{1}{q-p}$ であり、 $\left(\frac{p}{q} \right)^{n-1}$ は単調に減少する。よって、 $q = p+1$ の下では

$\frac{a_n}{q^n}$ は $n=1$ で最大値 2 をとる。

$$(\text{答}) \quad 2$$

(4)

(2) で求めた条件の下では、すべての n に対して $a_n \geq 10^n$ が成立する。したがって、 $n \geq 4$ ならば $a_n \geq 10^n \geq 10^4$ である。よって求める n は $n=1, 2, 3$ のいずれかである。ここで、 $q=10$

のとき $p=9$ であるから、 $a_3 = 10 \times 9^2 + \frac{10^3}{10-9} = 1810$ である。したがって、 $a_3 < 10^4$ が成立する

から、求める n の値は 3 である。

$$(\text{答}) \quad n=3$$