

数 学

(120 分)

環 境 科 学 部

(環 境 生 態 学 科)

(環境建築デザイン学科)

(生 物 資 源 管 理 学 科)

工 学 部

注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで、問題冊子および解答冊子の中を見てはいけません。
2. 問題は 4 問で、2 ページあります。
3. 問題冊子には、「下書き用紙 1」～「下書き用紙 4」と書いてある下書き用紙がついています。下書き用紙と問題冊子の余白は、計算などに使用することができます。
4. 解答開始後、解答冊子の表紙所定欄に受験番号、氏名をはっきり記入しなさい。表紙にはこれら以外のことを書いてはいけません。
5. 解答は、解答冊子の指定されたページに書きなさい。解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがあります。
6. 解答冊子は、どのページも切り離してはいけません。
7. 試験終了後、問題冊子は、下書き用紙も含めて持ち帰りなさい。解答冊子は持ち帰ってはいけません。

1

実数 a, b, c, d を成分とする行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ の表す 1 次変換によって、点 $P(1, 0)$ は点 $Q(0, -2)$ に移され、 Q は点 $R(1, 1)$ に移されるとする。また、行列 $B = k \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$ とおくとき、 B^2 の表す 1 次変換によって P は Q に移されるとする。ただし、 k は正の実数とし、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。

- (1) A を求めよ。
- (2) θ, k を求めよ。
- (3) AB^3 の表す 1 次変換による点 $(0, 1)$ の像を求めよ。

2

座標平面の原点 O を中心とする半径 r の円を C とする。 C 上の 2 点 P_1, P_2 を原点に関して対称な位置にとる。また、点 Q を平面上の任意の点とし、 $L = QP_1^2 + QP_2^2$ とおく。

- (1) Q を固定したとき、 L は P_1, P_2 のとり方に依存せず一定であることを示せ。
- (2) Q が放物線 $y = -x^2 + 5x - 8$ 上を動くとき、 L の最小値とそのときの Q の座標を求めよ。

3

a, b, p, q を実数として、未知数 x の方程式

$$p(x^2 + ax + b) + x - q = 0 \quad \dots (*)$$

を考える。

- (1) p がどのような値であっても方程式 (*) がつねに実数解をもつためには、 $a^2 - 4b \geq 0$ が必要条件であることを示せ。
- (2) $a^2 - 4b \geq 0$ とし、 $\alpha, \beta (\alpha \leq \beta)$ を方程式 $x^2 + ax + b = 0$ の 2 つの実数解とする。このとき、 p がどのような値であっても方程式 (*) がつねに実数解をもつのは q がどのような範囲 R にあるときか答えよ。
- (3) $a^2 - 4b \geq 0$ で q が (2) で求めた範囲 R にあるとき、方程式 (*) は範囲 R に少なくとも 1 つの解をもつことを示せ。

4

a は定数で、 $1 < a < e$ とする。曲線 $C_1: y = x + \log x$ 上に点 $P(a, a + \log a)$ 、曲線 $C_2: y = -\log x$ 上に点 $Q(a, -\log a)$ がある。ただし、 e は自然対数の底である。

- (1) P における C_1 の接線を l_1 、 Q における C_2 の接線を l_2 とする。このとき、3 直線 $x = 0, l_1, l_2$ で囲まれた部分の面積 S を a を用いて表せ。
- (2) C_1 と 3 直線 $y = 0, x = 1, x = a$ で囲まれた部分を R_1 、 C_2 と 2 直線 $y = 0, x = a$ で囲まれた部分を R_2 とする。また R_1, R_2 を x 軸の周りに 1 回転させてできる立体をそれぞれ B_1, B_2 とする。このとき、 B_1 から B_2 を除いた部分の体積 V を求めよ。

問題は、このページで終わりである。