



数 学

(120 分)

環 境 科 学 部

(環 境 生 態 学 科)

(環境建築デザイン学科)

(生物資源管理学科)

工 学 部

注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで、問題冊子および解答冊子の中を見てはいけません。
2. 問題は 4 問で、2 ページあります。
3. 問題冊子には、「下書き用紙 1」～「下書き用紙 4」と書いてある下書き用紙がついています。下書き用紙と問題冊子の余白は、計算などに使用することができます。
4. 解答開始後、解答冊子の表紙所定欄に受験番号、氏名をはっきり記入しなさい。表紙にはこれら以外のことを書いてはいけません。
5. 解答は、解答冊子の指定されたページに書きなさい。解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがあります。
6. 解答冊子は、どのページも切り差ししてはいけません。
7. 試験終了後、問題冊子は、下書き用紙も含めて持ち帰りなさい。解答冊子は持ち帰ってはいけません。

1

定数 $a_1 < a_2 < a_3 < \dots$ に対して、連続関数 $f_n(x)$ ($n = 1, 2, \dots$) が $f_1(x) = |x - a_1|$, $f_{n+1}(x) = f_n(x) + |x - a_{n+1}|$ によって定義されている。

- (1) $a_1 = 1$, $a_2 = 2$ のとき, $f_2(x)$ の最小値を求めよ。
- (2) $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $a_3 = 3$ のとき, $f_3(x)$ の最小値を求めよ。
- (3) n が 2 以上の自然数であるとき, $f_n(x)$ の最小値を求めよ。

2

a, b, c, p, q を実数とし、整式 $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx - 1$ を整式 $g(x) = x^3 + px^2 + qx + 2$ で割った余りは $x^2 + 1$ であるとする。

- (1) $f(x) = 0$ と $g(x) = 0$ は実数の範囲に共通の解を持たないことを示せ。
- (2) $f(x) = 0$ と $g(x) = 0$ が共通の解を持つとき, $f(x)$ と $g(x)$ を求めよ。

3

四面体の4つの頂点を A_1, A_2, A_3, A_4 とし、空間のある点 P に関するそれぞれの位置ベクトルを $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4$ とする。いま $\triangle A_2A_3A_4, \triangle A_1A_3A_4, \triangle A_1A_2A_4, \triangle A_1A_2A_3$ を順に T_1, T_2, T_3, T_4 で表しその重心をそれぞれ G_1, G_2, G_3, G_4 とする。

- (1) 点 H を $\vec{PH} = \frac{\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 + \vec{a}_4}{4}$ を満たす点とすると、4つの直線 A_iG_i ($i = 1, 2, 3, 4$)は H で交わることを示せ。
- (2) 「直線 A_iH は T_i を含む平面に直交する($i = 1, 2, 3, 4$)」という条件が成り立つと仮定する。このとき P として H を選べば、 $\vec{a}_j$ と $\vec{a}_k$ の内積 $\vec{a}_j \cdot \vec{a}_k$ ($j, k = 1, 2, 3, 4$)の値は $j \neq k$ を満たすどの j, k に対しても同じであることを示せ。
- (3) (2)の条件が成り立てば、四面体 $A_1A_2A_3A_4$ は正四面体であることを示せ。

4

a を正の定数とする。曲線 $y = |e^{-ax} \sin ax|$ ($x \geq 0$)において、極大となる点を x 座標の小さい方から順に $P_1, P_2, \dots$ とする。 P_n ($n = 1, 2, \dots$)を通り、 y 軸に平行な直線が x 軸と交わる点を Q_n とする。 P_n, Q_n および原点を頂点とする三角形の面積を S_n とする。

- (1) P_n の座標を a, n を用いて表せ。
- (2) S_n を a, n を用いて表せ。
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{S_{n+1}}$ の値を求めよ。

問題は、このページで終わりである。