



数 学

(120 分)

環 境 科 学 部

(環 境 生 態 学 科)

(環境建築デザイン学科)

(生物資源管理学科)

工 学 部

注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで、問題冊子および解答冊子の中を見てはいけません。
2. 問題は 4 問で、2 ページあります。
3. 問題冊子には、「下書き用紙 1」～「下書き用紙 4」と書いてある下書き用紙がついています。下書き用紙と問題冊子の余白は、計算などに使用することができます。
4. 解答開始後、解答冊子の表紙所定欄に受験番号、氏名をはっきり記入しなさい。表紙にはこれら以外のことを書いてはいけません。
5. 解答は、解答冊子の指定されたページに書きなさい。解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがあります。
6. 解答冊子は、どのページも切り離してはいけません。
7. 試験終了後、問題冊子は、下書き用紙も含めて持ち帰りなさい。解答冊子は持ち帰ってはいけません。

1

2 次関数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ (a, b, c は定数で $a \neq 0$ とする) がある。

d を正の数として, $f(0) = p, f(d) = q, f(2d) = r$ とおく。

(1) a, b, c を p, q, r, d で表せ。

(2) $S_1 = \int_0^{2d} f(x) dx$ を p, q, r, d で表せ。

(3) $S_2 = \int_0^{2d} |f(x)| dx$ とおく。 $p = 1, q = 0, r = 3$ および $d = 1$ のとき,
 $S_2 - S_1$ を求めよ。

2

a, b は定数で, $a \geq b$ である。

(1) 2 次方程式 $x^2 - ax + b = 0$ の 2 つの解が正の整数であるとき, a, b が満たすべき条件を求めよ。

(2) 2 次方程式 $x^2 - ax + b = 0$ および $x^2 - bx + a = 0$ の解がすべて正の整数であるとき, a, b が満たすべき条件を求めよ。

3

2 次の正方行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ (a, b, c, d は実数とする) に対して, 2 次方程式 $x^2 - (a+d)x + ad - bc = 0$ は相異なる 2 つの実数解 α, β をもつとする。いま,

$$P = \frac{1}{\alpha - \beta}(A - \beta E), \quad Q = \frac{1}{\beta - \alpha}(A - \alpha E)$$

とおく。ただし, E は 2 次の単位行列である。

- (1) $PQ = QP = O$ が成り立つことを示せ。ただし, O は 2 次の零行列である。
- (2) $P + Q = E$, $P^2 = P$ および $Q^2 = Q$ が成り立つことを示せ。
- (3) $A = \alpha P + \beta Q$ が成り立つことを示せ。
- (4) $A^n = \alpha^n P + \beta^n Q$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) が成り立つことを示せ。

4

t は $0 < t < 1$ を満たす実数とし, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲で 3 つの曲線 $C_1: y = \sin x$, $C_2: y = \cos x$, $C_3: y = t \cos x$ を考える。

- (1) y 軸と C_1, C_3 で囲まれる部分の面積 S_1 を t で表せ。
- (2) C_1, C_2, C_3 で囲まれる部分の面積を S_2 とおく。 $S_1 = S_2$ となる t とそのときの S_1 の値を求めよ。

問題は、このページで終わりである。