



数 学

(120 分)

注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで、問題冊子および解答冊子の中を見てはいけません。
2. 問題は 4 問で、2 ページあります。
3. 問題冊子には、「下書き用紙 1」～「下書き用紙 4」と書いてある下書き用紙がついています。下書き用紙と問題冊子の余白は、計算などに使用することができます。
4. 解答開始後、解答冊子の表紙所定欄に受験番号、氏名をはっきり記入しなさい。表紙にはこれら以外のことを書いてはいけません。
5. 解答は、解答冊子の指定されたページに書きなさい。解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがあります。
6. 解答冊子は、どのページも切り離してはいけません。
7. 試験終了後、問題冊子は、下書き用紙も含めて持ち帰りなさい。解答冊子は持ち帰ってはいけません。

下書き用紙 1

下書き用紙 2

- 1 曲線 $y = 3x - x^3$ を C とする。また、 C 上の点 $(a, 3a - a^3)$ における接線を ℓ とする。ただし、 $a > 0$ とする。

- (1) ℓ の方程式を求めよ。
- (2) $x < 0$ における C と ℓ の交点の座標を求めよ。
- (3) C と ℓ で囲まれた部分の面積が 12 となるときの a の値を求めよ。

- 2 次の (i), (ii) によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

- (i) $a_1 = 1$
- (ii) $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して、曲線 $y = \sqrt{x^2 + 2x + 4}$ ($x > -1$) 上で $x = a_n$ となる点を A_n とする。点 A_n における法線と x 軸との交点の座標を $(a_{n+1}, 0)$ とする。

- (1) a_{n+1} を a_n の式で表せ。
- (2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) $\sum_{k=1}^n a_k$ を求めよ。

- 3 各辺の長さが1の正四面体OABCにおいて、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とする。また、線分OAを2:1に内分する点をD、線分ACの中点をE、線分OBを $\alpha:1-\alpha$ に内分する点をF、線分BCを $\beta:1-\beta$ に内分する点をGとする。ただし、 α, β は実数で、 $0 < \alpha < 1, 0 < \beta < 1$ とする。

- (1) $\overrightarrow{DE}$ と $\overrightarrow{DF}$ を、 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \alpha$ を用いて表せ。
- (2) $\overrightarrow{DE}$ と $\overrightarrow{DF}$ が直交するときの α の値を求めよ。また、そのときの $\triangle DEF$ の面積 S を求めよ。
- (3) $\overrightarrow{DE}$ と $\overrightarrow{DF}$ が直交し、かつ点Gが平面DEF上にあるときの β の値を求めよ。

- 4 関数 $f(x) = (1 - \sqrt{3} \sin x) \cos x$ を考える。

- (1) 導関数 $f'(x)$ と不定積分 $\int f(x) dx$ を求めよ。
- (2) $f(x)$ $\left(-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right)$ の最大値、最小値を求めよ。
- (3) $x \geq 0$ において、曲線 $y = f(x)$ と x 軸および y 軸で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

問題は、このページで終わりである。

下書き用紙 3

下書き用紙 4

