

数 学 (甲)

〔注 意〕

1. 監督官の指示があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 監督官の指示により、解答用紙(3枚)すべてに受験番号および氏名を必ず記入しなさい。
3. この問題冊子は3ページからなります。乱丁および印刷の不鮮明な箇所などがあれば申し出なさい。
4. この冊子には、旧教育課程履修者が選択できる問題があります。なお、すべての選択問題は新教育課程履修者も選択できます。
5. 以下の選択問題・共通問題についての注意は、新教育課程履修者および旧教育課程履修者に共通のものです。

〔Ⅰ〕は選択問題であり、A、B、Cのいずれか一つを選択し、解答用紙の解答欄のA、B、Cのいずれか一つを○で囲み、解答しなさい。

〔Ⅱ〕は選択問題であり、D、E、F、Gのいずれか一つを選択し、解答用紙の解答欄のD、E、F、Gのいずれか一つを○で囲み、解答しなさい。

〔Ⅲ〕は選択問題であり、H、Iのいずれか一つを選択し、解答用紙の解答欄のH、Iのいずれか一つを○で囲み、解答しなさい。

〔Ⅳ〕、〔Ⅴ〕は共通問題であり、すべて解答しなさい。

6. 解答は、必ず解答用紙(3枚)の指定された枠内に記入しなさい。
7. 解答用紙3枚を提出し、この問題冊子は持ち帰りなさい。

問 題

〔 I 〕 (選択問題)

〔 A 〕 平面上に、どの 3 本の直線も 1 点を共有しない、 n 本の直線がある。次の問いに答えよ。

- (1) どの 2 本の直線も平行でないとき、平面が n 本の直線によって分けられる部分の個数 a_n を n で表せ。
- (2) n 本の直線の中に、2 本だけ平行なものがあるとき、平面が n 本の直線によって分けられる部分の個数 b_n を n で表せ。ただし、 $n \geq 2$ とする。

〔 B 〕 $\triangle ABC$ において、 $\angle A$ の 2 等分線が辺 BC と交わる点を D とし、線分 AD 上の任意の点を P とする。 $AB > AC$ ならば、 $PB > PC$ が成り立つことを証明せよ。

〔 C 〕 4 つの数 A, B, C, D を与えて、そのうち最大の値を書き出す次のプログラムを完成させよ。

```
100 INPUT A, B, C, D
```

```
•
```

```
•
```

```
•
```

```
•
```

```
500 END
```

〔Ⅱ〕（選択問題）

〔D〕 3次方程式

$$x^3 + (a - 2)x^2 + (b - 2a)x - 2b = 0$$

が2重解をもつための a 、 b の条件を求め、点 (a, b) の範囲を図示せよ。

〔E〕 実数 t が $t \geq -1$ を満たすとき、方程式

$$z^2 = t$$

の解 z の存在する範囲を複素数平面上に図示せよ。

〔F〕 2人が同時に、それぞれ1枚の硬貨を投げる試行を続ける。一方の表の出た回数が、他方の表の出た回数より2回多くなったとき、試行を終える。5回目に試行が終わる確率を求めよ。ただし、硬貨の表の出る確率は $\frac{1}{2}$ とする。

〔G〕 次の方法によって、円周率の近似値を求めることができる。

- ① たて、横の長さが1の小正方形からなる方眼紙をかく。
- ② 半径100の円を、中心が方眼紙の格子点にくるようにおく。
- ③ 小正方形の中心が円の内部にあるような小正方形の個数を求める。
- ④ 円周率の近似値を求める。

この方法によって、円周率の近似値を求めるプログラムを作れ。

〔Ⅲ〕（選択問題）

〔H〕 四角形ABCDにおいて、対角線ACとBDの交点をOとし、

$$AO : OC = 1 : 2, \quad BO : OD = 1 : 3$$

とする。 $\triangle ABC$ 、 $\triangle ACD$ の重心をそれぞれM、Nとし、 $\triangle ABD$ 、 $\triangle BCD$ の重心をそれぞれP、Qとする。

$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ において、次の問いに答えよ。

- (1) $\overrightarrow{OM}$ 、 $\overrightarrow{ON}$ 、 $\overrightarrow{OP}$ 、 $\overrightarrow{OQ}$ を $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ を用いて表せ。
- (2) 線分MNとPQの交点をEとすると、 $\overrightarrow{OE}$ を $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ を用いて表せ。

Ⅱ 2 次行列 A_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) を,

$$A_1 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad A_{n+1}(4E - A_n) = 2A_n$$

によって定める。ここで、 $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) A_2, A_3 を求めよ。
- (2) A_n を類推し、それが正しいことを数学的帰納法を用いて証明せよ。

〔Ⅳ〕 (共通問題)

放物線 $y = 3x^2 - 3$ と x 軸および 2 直線 $x = a, x = a + 2$ で囲まれた図形の面積を $S(a)$ とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) $S(a)$ を a の式で表せ。
- (2) a の値を変化させたとき、 $S(a)$ の最小値を求めよ。

〔Ⅴ〕 (共通問題)

角 θ は $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ の範囲で、

$$|2 \cos \theta + \sin \theta| \leq 1$$

を満たすとする。次の問いに答えよ。

- (1) $\sin \theta$ のとる値の範囲を求めよ。
- (2) $\cos \theta + 2 \sin \theta$ のとる値の範囲を求めよ。