

数 学 (甲)

〔注 意〕

1. 監督官の指示があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 監督官の指示により、解答用紙(3枚)すべてに受験番号および氏名を必ず記入しなさい。
3. この問題冊子は3ページからなります。乱丁および印刷の不鮮明な箇所などがあれば申し出なさい。
4. 〔Ⅰ〕, 〔Ⅱ〕, 〔Ⅲ〕は共通問題であり、すべて解答しなさい。
〔Ⅳ〕は選択問題であり、A, B, Cのいずれか一つを選択し、解答用紙の解答欄のA, B, Cのいずれか一つを○で囲み、解答しなさい。
〔Ⅴ〕は選択問題であり、D, E, Fのいずれか一つを選択し、解答用紙の解答欄のD, E, Fのいずれか一つを○で囲み、解答しなさい。
5. 解答は、必ず解答用紙(3枚)の指定された枠内に記入しなさい。
6. 解答用紙3枚を提出し、この問題冊子は持ち帰りなさい。

〔Ⅰ〕（共通問題）

一辺の長さ 1 の正三角形 ABC の辺 BC 上に一点 P をとる。BP = x として次の問いに答えよ。

- (1) AP^2 を x で表し、 AP^2 の最小値を求めよ。
- (2) $\angle BAP = 45^\circ$ のとき、 x の値を求めよ。また、この値を利用して $\sin 75^\circ$ の値を求めよ。

〔Ⅱ〕（共通問題）

OA : OB = 3 : 2, $\angle AOB = 60^\circ$ である $\triangle OAB$ の外接円の中心を C とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とするとき、 $\overrightarrow{OC}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ で表せ。

〔Ⅲ〕（共通問題）

$a > 0$, $b > 0$ として、座標平面上に 5 点 $A = (-a, b)$, $B = (-a, 0)$, $C = (a, 0)$, $D = (a, b)$, $E = (0, b + 1)$ をとる。3 点 A, E, D を通り、 y 軸に関して対称な放物線と線分 AB, BC, CD で囲まれた図形の面積を S とする。 $a + b = 4$ のとき、次の問いに答えよ。

- (1) S を a で表せ。
- (2) S の最大値を求めよ。

〔Ⅳ〕（選択問題）

〔A〕 数列 $\{a_n\}$ が条件

$0 < a_1 < 1$, $0 < a_{n+1} - a_n < \frac{1}{2^n}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を満たすとき、 $0 < a_n < 2$ が成り立つことを証明せよ。

[B] 半径 2 の円 O と半径 1 の円 O' が点 P において外接している。共通外接線が円 O , O' と接する点をそれぞれ A , B とするとき、次の問いに答えよ。

(1) 線分 AB の長さを求めよ。

(2) $\triangle PAB$ の面積を求めよ。

[C] 次のプログラムを実行したとき、得られる A , B の値を求めよ。

```
10  A = 1
20  B = 3
30  FOR  K = 1  TO  50
40    A = A - B
50    B = A + B
60  NEXT  K
70  PRINT  A, B
80  END
```

[V] (選択問題)

[D] 複素数 $z = \cos 240^\circ + i \sin 240^\circ$ について $z^n = z$ を満たす自然数 n ($1 \leq n \leq 10$) をすべて求めよ。

[E] 3つの椅子^{いす} A , B , C がある。一つの椅子から別の椅子にすわり換える確率はいずれも $\frac{1}{2}$ とする。初めに椅子 A にすわっていた人が 4 回すわり換えたあと A にすわっている。この人が 2 回目のすわり換えでも A にすわっていた確率を求めよ。

□ F 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 1, a_2 = 3, a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n-2}}{2} \quad (n \geq 3)$$

によって定める。このとき a_{30} を計算するプログラムを作れ。