

数 学 (乙)

〔注 意〕

1. 監督官の指示があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 監督官の指示により、解答用紙(4枚)すべてに受験番号および氏名を必ず記入しなさい。
3. この問題冊子は2ページからなります。乱丁および印刷の不鮮明な箇所などがあれば申し出なさい。
4. 解答用紙4枚を提出し、この問題冊子は持ち帰りなさい。
5. 書ききれない場合は解答用紙の裏面に記入してもよろしい。ただし、解答用紙の上部(文字の印刷された部分)を綴じるので、この部分には表面、裏面とも解答を記入しないこと。

〔Ⅰ〕 初項が -12 の等差数列 $\{a_n\}$ は、第 3 項から第 7 項までの和が 0 である。初項が -57 で、公差が整数の等差数列 $\{b_n\}$ は、第 10 項は 10 より小さく、第 15 項は 40 より大きい。

- (1) 数列 $\{a_n\}$ の公差を求めよ。
- (2) 数列 $\{b_n\}$ の公差を求めよ。
- (3) $S_n = \sum_{k=1}^n b_k$ とする。 S_n の最小値とそのときの n の値を求めよ。
- (4) 数列 $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ に共通に現われる値を数列とみなすとき、この数列は等差数列になることを示し、初項と公差を求めよ。

〔Ⅱ〕

- (1) 任意の自然数 n に対して、

$$(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos(n\theta) + i \sin(n\theta)$$

が成立することを証明せよ。ただし、 θ は実数、 i は虚数単位とする。

- (2) 複素数 z は方程式

$$z + \frac{1}{z} = \sqrt{2}$$

をみたす。 z を極形式で表せ。

- (3) (2) の z に対して、

$$\sum_{k=1}^{99} z^{99-k}$$

の値を求めよ。

〔Ⅲ〕 xy 平面上で、不等式 $(x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 8$ をみたす点 (x, y) 全体のなす領域を A とする。また、実数 $k (k \geq 0)$ について、 $|x| + |y| \leq k$ をみたす点 (x, y) 全体のなす領域を B_k とする。

- (1) $k = 3$ のとき、領域 B_k を図示せよ。
- (2) 領域 A が領域 B_k のすべての点を含むような k の最大値を求めよ。
- (3) 領域 B_k が領域 A のすべての点を含むような k の最小値を求めよ。

〔Ⅳ〕 半径 1 の球に内接する直円柱の高さを h 、底面の半径を r 、体積を V とする。
体積 V が最大となるときの h, r の値とそのときの V の値を求めよ。