

〔 I 〕 曲線 $y = x^3 (x \geq 0)$ 上の点 P と直線 $y = 3x - 3$ との距離を d とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $P(x, y)$ として、 d を x で表せ。
- (2) d の最小値を求めよ。

〔Ⅱ〕 直線 $y = 3x$ と 2 つの放物線 $y = x^2 - 2$, $y = -x^2 + 2$ で囲まれた 4 つの部分のうち、不等式 $y \geq 3x$ の表す領域にある 2 つの部分の面積の大きい方を求めよ。

〔Ⅲ〕 四面体 $OABC$ において、 $\triangle OBC$, $\triangle OCA$, $\triangle OAB$, $\triangle ABC$ の重心をそれぞれ D , E , F , G とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ として、次の問いに答えよ。

- (1) $\overrightarrow{GD}$, $\overrightarrow{GE}$, $\overrightarrow{GF}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。
- (2) 四面体 $OABC$ と四面体 $GDEF$ の体積の比を求めよ。

〔Ⅳ〕 平面上に 2 点 $A(2, 1)$, $B(4, 3)$ と点 $P(0, t)$ がある。ただし, $t > 0$ とする。

3 点 A, B, P を通る円を C とするとき, 次の問いに答えよ。

- (1) $t = 2$ のとき, 円 C の中心の座標を求めよ。
- (2) y 軸が円 C によって切り取られてできる線分の長さが 6 であるとき, t の値を求めよ。

〔V〕 平面上の点 (x, y) の x, y がともに整数であるとき、この点を格子点という。

1つのサイコロを2回投げ、最初に出た目の数が x であるとき、点 $A(0, x)$ を選び、2回目に出た目の数が y であるとき、点 $B(100, y)$ を選ぶものとする。線分 AB には端点 A, B を含めるものとして、次の問いに答えよ。

- (1) 1回目に3の目が出て、2回目にも3の目が出たとき、線分 AB 上にある格子点の個数を求めよ。
- (2) 1回目に1の目が出て、2回目に6の目が出たとき、線分 AB 上にある格子点の個数を求めよ。
- (3) 線分 AB 上にある格子点の個数の期待値を求めよ。