

〔Ⅰ〕 次の問いに答えよ。

(1) $1 \leq x \leq 3$ における, 1 次関数 $y = ax + b$ の最大値が 2, 最小値が 0 であるとき, 定数 a, b の値を求めよ。

(2) $1 \leq x \leq 4$ における, 2 次関数 $y = ax^2 - 4ax + b$ の最大値が 12, 最小値が 4 であるとき, 定数 a, b の値を求めよ。

〔Ⅱ〕 次の問いに答えよ。

(1) 連続する 2 つの自然数の積は, 2 の倍数であることを証明せよ。

(2) 連続する 4 つの自然数の積は, 24 の倍数であることを証明せよ。

〔Ⅲ〕 複素数 z は、複素数平面上を、 $\bar{z}(z-2)$ の実部が 0 であるように動くとき、次の問いに答えよ。ただし、 $\bar{z}$ は、 z の共役な複素数を表す。また、複素数 $a+bi$ (a, b は実数) において、 a を実部という。

(1) z の描く図形を求めて、それを図示せよ。

(2) $|\bar{z}(z-2)|$ の最大値と最小値を求めよ。

〔Ⅳ〕 1 枚の硬貨を 10 回投げて出た表の回数を p ，裏の回数を q とする。2 次関数 $y = x^2$ のグラフを x 軸方向に p ， y 軸方向に q だけ平行移動したグラフを表す 2 次関数を， $y = f(x)$ とするとき，次の問いに答えよ。

(1) $y = x^2$ のグラフと $y = f(x)$ のグラフとが，共有点をもたない確率を求めよ。

(2) $y = x^2$ のグラフと $y = f(x)$ のグラフとが共有点をもち，その共有点の x 座標を α とするとき， $\alpha > p$ となる確率を求めよ。

〔V〕 放物線 $y = x^2 + 2$ に、1 点 P から互いに垂直に交わる 2 つの接線を引く。接点の x 座標を α, β とし、 $\beta - \alpha = t$ とおくとき、次の問いに答えよ。ただし、 $\beta > \alpha$ とする。

- (1) t の値の範囲を求めよ。
- (2) 2 つの接線と放物線とで囲まれた図形の面積 S を t で表せ。
- (3) S の最小値を求めよ。