

〔 I 〕 座標平面上で、 x 座標と y 座標がいずれも整数である点 (x, y) を格子点という。次の問いに答えよ。

(1) $x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 20$ を同時に満たす格子点 (x, y) の個数を求めよ。

(2) $y \geq 0, y \leq 2x, x + 2y \leq 20$ を同時に満たす格子点 (x, y) の個数を求めよ。

〔Ⅱ〕 座標平面上に4点 $O(0, 0)$, $A(1, 0)$, $B(1, t)$, $C(0, t)$ ($1 < t < 2$) がある。直線 $y = 2x$ と線分 BC の交点を P , P を通る傾き -2 の直線と線分 AB の交点を Q , Q を通る傾き 2 の直線と x 軸との交点を R とするとき、次の問いに答えよ。

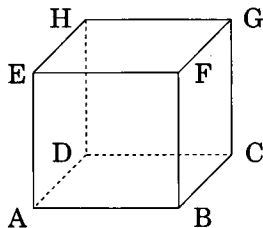
- (1) 点 P , Q , R の座標を t を用いて表せ。
- (2) 四角形 $OPQR$ の面積 S を t を用いて表せ。
- (3) 面積 S の最大値とそのときの t の値を求めよ。

〔Ⅲ〕 1 辺の長さ 1 の立方体 ABCD-EFGH において $\overrightarrow{AC} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AF} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AH} = \vec{c}$ とするとき、次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{AG}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。

(2) 直線 AG と平面 CFH との交点を P とおくと、AP : PG を求めよ。

(3) 線分 FH の中点を M とおくと、 $\overrightarrow{MA}$, $\overrightarrow{MC}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。また $\angle AMC = \theta$ とおくと、 $\cos \theta$ の値を求めよ。



〔Ⅳ〕 2つの放物線 $C_1: y = x^2$, $C_2: y = x^2 - 4x + 8$ に共通な接線を ℓ とし, C_1 , C_2 との接点をそれぞれ P_1 , P_2 とするとき, 次の問いに答えよ。

(1) P_1 , P_2 の x 座標を求めよ。

(2) 2つの放物線 C_1 , C_2 と直線 ℓ で囲まれた図形の面積を求めよ。

〔V〕 ある子どもが分数 $\frac{16}{64}$ を簡単にしようとして、分母と分子に同じ数 6 があるので、それを斜線で消し

$$\frac{\cancel{16}}{\cancel{64}} = \frac{1}{4}$$

とした。結果だけを見れば正しいが、いつもこうはうまくいかない。

a, b, c を 1 から 9 までの異なる整数として、 $\frac{10a+b}{10b+c}$ を上のように処理し

た結果 $\frac{a}{c}$ がもとの分数と等しい場合、もとの分数を $\frac{16}{64}$ 以外すべて求めよ。