

平成 19 年 度

入学者選抜学力試験問題

数 学 (前期)

[注 意]

1. 監督者の指示があるまで、この問題冊子を開かないこと。
2. 監督者の指示に従って、解答用紙(4 枚)すべてに受験番号および氏名を必ず記入すること。
3. この冊子の問題は 2 ページからなる。落丁・乱丁および印刷の不鮮明な箇所などがあれば申し出ること。
4. 解答は、必ず解答用紙(4 枚)の指定された枠内に記入すること。書ききれない場合は解答用紙の裏面の指定された枠内に記入すること。
5. この問題冊子は持ち帰ること。

〔Ⅰ〕 $a_1 = 2$, $a_{n+1} = 2a_n - 2n + 1$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)によって定められる数列 $\{a_n\}$ について、次の問いに答えよ。

(1) $b_n = a_n - (an + \beta)$ において、数列 $\{b_n\}$ が等比数列になるように定数 a, β の値を定めよ。

(2) 一般項 a_n を求めよ。

(3) 初項から第 n 項までの和 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ を求めよ。

〔Ⅱ〕 定数 m に対して、 $f(x) = x^2 - 2mx + 2m$, $g(x) = -x^2 + 2x$ とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 2次方程式 $f(x) - g(x) = 0$ の解を m を用いて表せ。

(2) (1)の解のうち小さくない方を α とする。このとき、次の定積分

$$I = \int_0^{\alpha} \{f(x) - g(x)\} dx$$

の値を m を用いて表せ。

(3) m の値を変化させたときの I の最大値を求めよ。また、そのときの m の値を求めよ。

〔Ⅲ〕 大, 小2個のさいころを同時に投げるとき, 出た目の数をそれぞれ X, Y とする。 X を実部, Y を虚部とする複素数 $Z = X + Yi$ を作る。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) 1回投げて作られる複素数 Z が, $ZZ > 16$ を満たす確率を求めよ。ただし, $Z = X + Yi$ に対して $\bar{Z} = X - Yi$ とする。
- (2) 2回続けて投げて作られる複素数を, 順に $Z_1 = X_1 + Y_1i, Z_2 = X_2 + Y_2i$ とする。このとき, $X_1 \leq 2$ を満たし, 積 Z_1Z_2 の実部が0になる確率を求めよ。

〔Ⅳ〕 座標平面上に原点 $O(0, 0)$ を中心とする半径1の円 C と点 $A(-1, 0)$, 点 $B(1, 0)$ が与えられている。点 P を円 C の周上に, 点 Q を直線 AP 上に, 点 R を直線 BP 上に, いずれも x 軸より上側にとる。 $AQ = \frac{3}{5}, BR = \frac{4}{5}$ のとき, 次の問いに答えよ。

- (1) $\angle OAP = \theta$ として, $\triangle OAQ$ の面積および $\triangle OBR$ の面積を θ を用いて表せ。
- (2) $\triangle OAQ$ の面積と $\triangle OBR$ の面積の和の最大値を求めよ。また, そのときの点 P の座標を求めよ。