

平成 20 年 度

入学者選抜学力試験問題

数 学 (前期)

〔注 意〕

1. 監督者の指示があるまで、この問題冊子を開かないこと。
2. 監督者の指示に従って、解答用紙(4 枚)すべてに受験番号および氏名を必ず記入すること。
3. この冊子の問題は 2 ページからなる。落丁・乱丁および印刷の不鮮明な箇所などがあれば申し出ること。
4. 解答は、必ず解答用紙(4 枚)の指定された枠内に記入すること。書ききれない場合は解答用紙の裏面の指定された枠内に記入すること。
5. この問題冊子は持ち帰ること。

〔Ⅰ〕 $\triangle ABC$ において $BC = 1$, $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 90^\circ$ とする。 $\triangle ABC$ の頂点とは異なる点 P , Q , R がそれぞれ辺 BC , CA , AB 上にあり, $\triangle PQR$ は正三角形であるとする。このとき次の問いに答えよ。

- (1) $\angle CPQ = \angle BRP$ であることを示せ。
- (2) $BP = x$ とするとき, CQ を x を用いて表せ。
- (3) $\triangle PQR$ の面積 S を x を用いて表せ。また, S の最小値とそのときの x の値を求めよ。

〔Ⅱ〕 放物線 $C: y = x^2 + 1$ と C 上の点 $P(a, a^2 + 1)$ について, 次の問いに答えよ。ただし, $a > 0$ とする。

- (1) x 軸上に点 $A(a, 0)$ をとる。放物線 C と x 軸, y 軸, および直線 AP で囲まれた図形の面積 S_1 を, a を用いて表せ。
- (2) 点 P を通り, P における C の接線に垂直な直線が y 軸と交わる点を B とする。点 B の座標を, a を用いて表せ。
- (3) 放物線 C と y 軸, および線分 BP で囲まれた図形の面積を S_2 とする。 S_1 と S_2 が等しくなるような a の値を求めよ。

〔Ⅲ〕 空間内の4点 $O(0, 0, 0)$, $A(2, 1, 0)$, $B(1, 3, 0)$, $C(3, 3, 2)$ について、次の問いに答えよ。

(1) 点 C から直線 OA におろした垂線と直線 OA との交点を P , 点 C から直線 OB におろした垂線と直線 OB との交点を Q とする。点 P , Q の座標を求めよ。

(2) 四面体 $OPQC$ の体積を求めよ。

〔Ⅳ〕 $0, 1, 2, 3$ の数字が書かれたカードがそれぞれ、1枚、2枚、3枚、4枚ある。これらのカードから4枚を使い、4桁の整数を作る。このようにして得られた整数について、次の問いに答えよ。

(1) 10 で割り切れる整数の個数を求めよ。

(2) どの桁の数字も 0 でない整数の個数を求めよ。

(3) すべての整数の個数を求めよ。