

平成 27 年 度

入学者選抜学力試験問題

数 学 (前期)

〔注 意〕

1. 監督者の指示があるまで、この問題冊子を開かないこと。
2. この冊子の問題は 2 ページからなる。落丁・乱丁および印刷の不鮮明な箇所などがあれば申し出ること。
3. 監督者の指示に従って、解答用紙(4 枚)すべてに受験番号および氏名を必ず記入すること。
4. 解答は、必ず解答用紙(4 枚)の指定された枠内に記入すること。書ききれない場合は解答用紙の裏面の指定された枠内に記入すること。
5. この問題冊子は持ち帰ること。

〔Ⅰ〕 1 から 9 までの番号が 1 つずつ書かれた 9 枚のカードから無作為に 1 枚を取り出し、その番号を確認してもとにもどす。この試行を 4 回行う。カードに書かれた番号を取り出した順に a_1, a_2, a_3, a_4 とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) a_1, a_2, a_3, a_4 がすべて異なる確率を求めよ。
- (2) a_1, a_2, a_3, a_4 が異なる 2 種類の番号をそれぞれ 2 個ずつ含む確率を求めよ。
- (3) $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$ となる確率を求めよ。
- (4) $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq a_4$ となる確率を求めよ。

〔Ⅱ〕 3 点 $O(0, 0)$, $A(-2, 0)$, $B(1, 0)$ と円 $C: x^2 + y^2 = 1$ があり、 A を通る直線が C と 2 点 P, Q で交わっている。ただし、 P, Q の y 座標はともに正であり、3 点は A, P, Q の順に並んでいるとする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $\triangle BPQ$ の面積を S_1 とし、 $\triangle OPQ$ の面積を S_2 とするとき、 $S_1 : S_2$ を求めよ。
- (2) $\angle POQ = \theta$ とするとき、 S_1 を θ を用いて表せ。
- (3) $\angle BOQ = \angle POQ$ のとき、点 Q の座標と S_1 を求めよ。

〔Ⅲ〕 a を正の定数とし、曲線 $C: y = |x^2 - x|$ と直線 $\ell: y = ax$ で囲まれた図形の面積を S とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) S を a を用いて表せ。
- (2) a を変化させたとき、 S の最小値とそのときの a の値を求めよ。

〔Ⅳ〕 座標平面において、点 $O(0, 0)$ を中心とする半径 1 の円に内接する正六角形のうち、点 $A_1(1, 0)$ を 1 つの頂点とするものを考え、その頂点を A_1 から反時計回りに、 B_1, C_1, D_1, E_1, F_1 とする。同様に、2 以上の自然数 n に対して、 O を中心とする半径 n の円に内接する正六角形のうち、点 $A_n(n, 0)$ を 1 つの頂点とするものを考え、その頂点を A_n から反時計回りに、 B_n, C_n, D_n, E_n, F_n とする。 $\overrightarrow{OA_1} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB_1} = \vec{b}$ とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) $\overrightarrow{OC_1}, \overrightarrow{B_3C_7}$ を $\vec{a}, \vec{b}$ を用いて表せ。
- (2) s, t を実数として、 $\overrightarrow{OP} = s\vec{a} + t\vec{b}$ と表される点 P が、正六角形 $A_n B_n C_n D_n E_n F_n$ の辺 $A_n F_n$ 上にあるための必要十分条件を s, t, n を用いて表せ。ただし、 n は自然数とし、頂点 A_n, F_n は辺 $A_n F_n$ 上の点とする。
- (3) 点 B_3, C_7, E_2 と辺 $A_n F_n$ 上の点 P がある平行四辺形の頂点となるような自然数 n を求め、 $\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}, \vec{b}$ を用いて表せ。

