

平成 27 年 度

入学者選抜学力試験問題

数 学 (後期)

[注 意]

1. 監督者の指示があるまで、この問題冊子を開かないこと。
2. この冊子の問題は 2 ページからなる。落丁・乱丁および印刷の不鮮明な箇所などがあれば申し出ること。
3. 監督者の指示に従って、解答用紙(4 枚)すべてに受験番号および氏名を必ず記入すること。
4. 解答は、必ず解答用紙(4 枚)の指定された枠内に記入すること。書ききれない場合は解答用紙の裏面の指定された枠内に記入すること。
5. この問題冊子は持ち帰ること。

〔Ⅰ〕 次の問いに答えよ。

- (1) 2015 の正の約数の個数を求めよ。
- (2) n を 3 以上の奇数とする。 a を最小の値とする連続する n 個の自然数の和が 2015 になるような a と n の組をすべて求めよ。
- (3) 3 個以上の連続する奇数個の自然数の和は、1 を除くある正の奇数で割り切れることを証明せよ。
- (4) m を自然数とすると、 2^m は 2 個以上の連続する自然数の和で表せないことを証明せよ。

〔Ⅱ〕 n を 2 以上の自然数とし、 $0 \leq k \leq n$ を満たす整数 k について $a_k = {}_n C_k \left(\frac{1}{2}\right)^k$ とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $k \leq n - 1$ のとき、 $\frac{a_{k+1}}{a_k} \leq 1$ となる k の値の範囲を n を用いて表せ。
- (2) $n = 20$ のとき、 a_k が最大になる k の値を求めよ。
- (3) 1 個のさいころを 30 回投げるとき、4 の目が出る回数が k であり、5 以上の目が出る回数が $30 - k$ である確率を p_k とする。 p_k が最大になる k の値を求めよ。

〔Ⅲ〕 a を 0 以下の定数とする。このとき、 $f(x) = 2x^3 - 3(a+2)x^2 + 8$ と $g(x) = -3x^2 - 6ax$ について、次の問いに答えよ。

- (1) $x \geq 0$ における $f(x)$ の最小値を $m(a)$ とする。 $m(a)$ を a の式で表せ。
- (2) $s \geq 0, t \geq 0$ を満たすすべての s, t に対して $f(s) \geq g(t)$ となる a の値の範囲を求めよ。

〔Ⅳ〕 $OA = OB = 1, \angle AOB = 90^\circ$ を満たす平面上の $\triangle OAB$ に対し、動点 P は $AP : BP = k : 1$ を満たしている。ただし、 $k > 1$ とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) P の軌跡は円であることを示せ。その円の中心を Q 、半径を r とするとき、 $\overrightarrow{OQ}$ を $\vec{a}, \vec{b}, k$ を用いて、 r を k を用いて表せ。
- (2) 2 点 O, A を通る直線 ℓ_1 に対して点 B と線対称となる点を D とする。 D を通り ℓ_1 と平行な直線を ℓ_2 とするとき、 Q と ℓ_2 の距離を求めよ。
- (3) (1) の円と ℓ_2 が接するとき、 k の値を求めよ。