

平成 28 年 度

入学者選抜学力試験問題

数 学 (前期)

(注 意)

1. 監督者の指示があるまで、この問題冊子を開かないこと。
2. この冊子の問題は 2 ページからなる。落丁・乱丁および印刷の不鮮明な箇所などがあれば監督者に申し出て、問題冊子の交換を受けること。
3. 監督者の指示に従って、解答用紙(4 枚)すべてに受験番号および氏名を必ず記入すること。
4. 解答は、必ず解答用紙(4 枚)の指定された枠内に記入すること。書ききれない場合は解答用紙の裏面の指定された枠内に記入すること。
5. この問題冊子は持ち帰ること。

〔1〕 k を定数とする。関数 $f(x) = x^2 - kx + 3k - 5$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 方程式 $f(x) = 0$ が、異なる2つの実数解をもつような k の値の範囲を求めよ。
- (2) 方程式 $f(x) = 0$ が、ともに2以下となる異なる2つの解をもつような k の値の範囲を求めよ。
- (3) $1 \leq x \leq 4$ における $f(x)$ の最小値を $m(k)$ とする。このとき、 $0 \leq k \leq 10$ における $m(k)$ の最大値と最小値をそれぞれ求めよ。

〔2〕 数列

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, \frac{n-1}{n}, \frac{n}{n}, \dots$$

を次のような群に分ける。

$$\begin{array}{ccccccc} \frac{1}{1} & | & \frac{1}{2}, \frac{2}{2} & | & \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3} & | \dots & | \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, \frac{n-1}{n}, \frac{n}{n} & | \dots \\ \text{第1群} & & \text{第2群} & & \text{第3群} & & \text{第}n\text{群} & \end{array}$$

このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 第28群に入るすべての項の和を求めよ。
- (2) 第 n 群の最初の数が第何項かを求めよ。
- (3) 第2016項を求めよ。

[3] 6 個の数字 1, 2, 3, 4, 5, 6 から異なる 5 個の数字を並べて 5 桁の整数を作るとき、次の問いに答えよ。

- (1) 2 の倍数の個数と 3 の倍数の個数をそれぞれ求めよ。
- (2) 6 の倍数の個数を求めよ。
- (3) 5 の倍数で大きい方から 50 番目の整数を求めよ。
- (4) 30 と互いに素である整数の個数を求めよ。

[4] 関数 $f(x) = x^3 - 5x^2 + 6x + 1$ について、次の問いに答えよ。

- (1) $x \geq 0$ のとき、不等式 $f(x) > 0$ が成り立つことを証明せよ。
- (2) a を 0 以上の定数とし、曲線 $y = f(x)$ と x 軸および 2 直線 $x = a$, $x = a + 1$ で囲まれた図形の面積を $S(a)$ とする。 a を変化させたとき、 $S(a)$ の最小値とそのときの a の値を求めよ。