

平成 29 年 度

入学者選抜学力試験問題

数 学 (前期)

[注 意]

1. 監督者の指示があるまで、この問題冊子を開かないこと。
2. この冊子の問題は 2 ページからなる。落丁・乱丁および印刷の不鮮明な箇所などがあれば監督者に申し出て、問題冊子の交換を受けること。
3. 監督者の指示に従って、解答用紙(4 枚)すべてに受験番号および氏名を必ず記入すること。
4. 解答は、必ず解答用紙(4 枚)の指定された枠内に記入すること。書ききれない場合は解答用紙の裏面の指定された枠内に記入すること。
5. この問題冊子は持ち帰ること。

〔1〕 a を整数とする。 x に関する方程式

$$4x^3 - (a+9)x - 2(a-2) = 0$$

について、次の問いに答えよ。

- (1) 実数 k が解であるとき、 a を k を用いて表せ。
- (2) 少なくとも1つの解が自然数となるような a の値をすべて求めよ。
- (3) 少なくとも1つの解が整数ではない正の有理数となるような a の値を求めよ。

〔2〕 $y = |x^2 - 3x - 4| + 3x + 3$ のグラフを C 、 $y = a(x - 4) + 15$ のグラフを L とする。ただし、 a は定数である。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) C の概形をかけ。
- (2) $-1 \leq x \leq 4$ における C と L の共有点の x 座標を a を用いて表せ。
- (3) C と L の共有点の個数は、定数 a の値によってどのように変わるか。

〔3〕 座標空間において、次のように立方体 OABC-DEFG の頂点をとる。

$$O(0, 0, 0), A(1, 0, 0), B(1, 1, 0), C(0, 1, 0)$$

$$D(0, 0, 1), E(1, 0, 1), F(1, 1, 1), G(0, 1, 1)$$

また、辺 OD 上に点 $S(0, 0, s)$ 、辺 AE 上に点 $T(1, 0, t)$ 、辺 CG 上に点 $U(0, 1, u)$ をとり、3 点 S, T, U で定まる平面を α とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 平面 α と直線 BF の交点を P とする。P の座標を s, t, u を用いて表せ。
- (2) 平面 α による立方体 OABC-DEFG の切り口がひし形になるための s, t, u の条件を求めよ。ただし、 $s = t = u = 0$ のときは四角形 OABC が、 $s = t = u = 1$ のときは四角形 DEFG が切り口であるとする。

〔4〕 a を定数とし、 $f(x) = ax^3 - (2a - 1)x^2 - (a + 4)x + 2a + 3$ とする。

曲線 $C: y = f(x)$ は a の値に関わらず 3 点 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$, $R(x_3, y_3)$ を通る。ただし、 $x_1 < x_2 < x_3$ である。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点 P, Q, R の座標をそれぞれ求めよ。
- (2) $f(x)$ が極値をもつような a の値の範囲を求めよ。
- (3) $a = 1$ のとき、線分 PQ と曲線 C で囲まれた図形の面積を求めよ。