



数 学 (前期)

〔注 意〕

1. 監督者の指示があるまで、この問題冊子を開かないこと。
2. この冊子の問題は 3 ページからなる。落丁・乱丁および印刷の不鮮明な箇所などがあれば監督者に申し出て、問題冊子の交換を受けること。
3. 監督者の指示に従って、解答用紙(4 枚)すべてに受験番号および氏名を必ず記入すること。
4. 〔1〕から〔4〕までの 4 問に解答すること。ただし、〔3〕、〔4〕についてはそれぞれ 2 題あるうちから 1 題を選択して解答すること。このとき、選択した問題の問題記号(〔3〕は A または B、〔4〕は C または D)を解答用紙の問題番号の横の【 】内に記入すること。解答は、記入された問題記号のとおりに採点される。また、問題記号の記入のない解答用紙は、未解答とみなす。
5. 解答は、必ず解答用紙(4 枚)の指定された枠内に記入すること。書ききれない場合は解答用紙の裏面の指定された枠内に記入すること。
6. この問題冊子は持ち帰ること。

[1] $y = |x^2 - 3x - 4| + 3x + 3$ のグラフを C , $y = a(x - 4) + 15$ のグラフを L とする。ただし, a は定数である。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) C の概形をかけ。
- (2) $-1 \leq x \leq 4$ における C と L の共有点の x 座標を a を用いて表せ。
- (3) C と L の共有点の個数は, 定数 a の値によってどのように変わるか。

[2] 座標空間において, 次のように立方体 $OABC-DEFG$ の頂点をとる。

$$O(0, 0, 0), A(1, 0, 0), B(1, 1, 0), C(0, 1, 0)$$

$$D(0, 0, 1), E(1, 0, 1), F(1, 1, 1), G(0, 1, 1)$$

また, 辺 OD 上に点 $S(0, 0, s)$, 辺 AE 上に点 $T(1, 0, t)$, 辺 CG 上に点 $U(0, 1, u)$ をとり, 3 点 S, T, U で定まる平面を α とする。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) 平面 α と直線 BF の交点を P とする。 P の座標を s, t, u を用いて表せ。
- (2) 平面 α による立方体 $OABC-DEFG$ の切り口がひし形になるための s, t, u の条件を求めよ。ただし, $s = t = u = 0$ のときは四角形 $OABC$ が, $s = t = u = 1$ のときは四角形 $DEFG$ が切り口であるとする。

- [3] 次の2題【A】、【B】からいずれか1題を選択し、解答用紙の問題番号の横の【 】内に選択した問題記号(AまたはB)を記入し、解答せよ。

【A】 n を2以上の整数としたとき、 n 進法で表された4桁の数 $abcd_{(n)}$ のうち、 $a = d \neq 0$ かつ $b = c$ であるものを、 n 進法の4桁回文とよぶ。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 2進法の4桁回文をすべて10進法で表せ。
- (2) 3進法の4桁回文をすべて10進法で表せ。
- (3) 9進法の4桁回文の個数を求めよ。
- (4) 4進法の4桁回文すべての最大公約数を求めよ。
- (5) n 進法の4桁回文はすべて $n+1$ で割り切れることを示せ。

【B】 箱の中にボールが m 個入っており、そのうち当たりのボールは1個だけである。箱の中から無作為にボールを1個取り出し、当たりかどうかを確認して箱に戻すという試行を n 回繰り返す。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $m = 4$ 、 $n = 4$ のとき、少なくとも1回当たりが出る確率を求めよ。
- (2) 1回の試行で当たる確率を p 、当たりが出た回数を X とする。 X が近似的に正規分布 $N(np, np(1-p))$ に従うことを利用して、 $m = 10$ 、 $n = 100$ のときの $P(X \geq 10)$ を求めよ。

- (3) 標準正規分布に従う確率変数を Z とする。確率変数 Y が二項分布 $B(n, p)$ に従い、 y が0以上の整数であるとき、

$$P(Y \geq y) \approx P\left(Z \geq \frac{y - 0.5 - np}{\sqrt{np(1-p)}}\right)$$

として近似を行うと、(2)の近似より精度が高いといわれている。このことを用いて、 $m = 10$ 、 $n = 100$ のときの $P(X \geq 10)$ を求めよ。また、以下の数表を用いてよい。

u	0	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$
$P(0 \leq Z \leq u)$	0.000	0.040	0.044	0.050	0.057	0.066	0.079

- 〔4〕 次の2題【C】、【D】からいずれか1題を選択し、解答用紙の問題番号の横の【 】内に選択した問題記号(CまたはD)を記入し、解答せよ。

【C】 a を定数とし、 $f(x) = ax^3 - (2a - 1)x^2 - (a + 4)x + 2a + 3$ とする。

曲線 $C: y = f(x)$ は a の値に関わらず3点 $P(x_1, y_1)$ 、 $Q(x_2, y_2)$ 、 $R(x_3, y_3)$ を通る。ただし、 $x_1 < x_2 < x_3$ である。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点 P 、 Q 、 R の座標をそれぞれ求めよ。
- (2) $f(x)$ が極値をもつような a の値の範囲を求めよ。
- (3) $a = 1$ のとき、線分 PQ と曲線 C で囲まれた図形の面積を求めよ。

【D】 次の問いに答えよ。

- (1) 等式 $f(x) = e^x - \int_0^1 tf(t)dt$ を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。
- (2) 等式 $g(x) = e^x - \int_0^1 t\{g(t)\}^2 dt$ を満たす関数 $g(x)$ を求めよ。