

平成 31 年 度

入学者選抜学力試験問題



数 学 (前期)

〔注 意〕

1. 監督者の指示があるまで、この問題冊子を開かないこと。
2. この冊子の問題は 4 ページからなる。落丁・乱丁および印刷の不鮮明な箇所などがあれば監督者に申し出て、問題冊子の交換を受けること。
3. 監督者の指示に従って、解答用紙(4 枚)すべてに受験番号および氏名を必ず記入すること。
4. [1]から[4]までの 4 題に解答すること。ただし、[3]、[4]についてはそれぞれ 2 題あるうちから 1 題を選択して解答すること。このとき、選択した問題の問題記号(それぞれ、A または B、C または D)を解答用紙の問題番号の横の【 】内に記入すること。問題記号の記入のない解答用紙は、未解答とみなす。また、解答は、記入された問題記号のとおりに採点される。
5. 解答は、必ず解答用紙(4 枚)の指定された枠内に記入すること。書ききれない場合は解答用紙の裏面の指定された枠内に記入すること。
6. この問題冊子は持ち帰ること。

〔1〕 正三角形 OAB において、線分 AB を $1:2$ に内分する点を C、線分 OA を $\alpha:(1-\alpha)$ に内分する点を D、線分 OB を $\beta:(1-\beta)$ に内分する点を E とする。ただし、 $0 < \alpha < 1$ 、 $0 < \beta < 1$ である。線分 OA に関して点 C と対称な点を F、線分 OB に関して点 C と対称な点を G とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) 三角形 ADF の面積が正三角形 OAB の面積の $\frac{1}{6}$ になるような α の値を求めよ。
- (2) $\overrightarrow{OF}$ と $\overrightarrow{OG}$ をそれぞれ $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{OB}$ を用いて表せ。
- (3) 三角形 CDE の 3 辺の長さの和が最小になるような α と β の値を求めよ。

〔2〕 円に内接する四角形 ABCD において、 $AB=3$ 、 $BC=7$ 、 $CD=x$ 、 $DA=12-x$ とする。ただし、 $1 < x < 11$ とする。四角形 ABCD の $\angle A$ の大きさを A で表すとき、次の問いに答えよ。

- (1) $x=7$ のとき、 $\cos A$ と A の値を求めよ。
- (2) $\cos A$ と $\sin A$ をそれぞれ x を用いて表せ。
- (3) 四角形 ABCD の面積の最大値を求めよ。

- [3] 次の 2 題【A】，【B】からいずれか 1 題を選択し，解答用紙の問題番号の横の
【 】内に選択した問題記号(AまたはB)を記入し，解答せよ。

【A】 2 次関数 $f(x) = \frac{5}{4}x^2 - 1$ について，次の問いに答えよ。

- (1) a, b は $f(a) = a, f(b) = b, a < b$ を満たす。このとき， $a \leq x \leq b$ における $f(x)$ の最小値と最大値を求めよ。
- (2) p, q は $p < q$ を満たす。このとき， $p \leq x \leq q$ における $f(x)$ の最小値が p ，最大値が q となるような p, q の組をすべて求めよ。

【B】 ある国の 14 歳女子の身長は，母平均 160 cm，母標準偏差 5 cm の正規分布に従うものとする。この女子の集団から，無作為に抽出した女子の身長を X cm とする。このとき，次の問いに答えよ。なお，付表の正規分布表を利用してよい。

- (1) 確率変数 $\frac{X - 160}{5}$ の平均と標準偏差を求めよ。
- (2) $P(X \geq x) \leq 0.1$ となる最小の整数 x を求めよ。
- (3) X が 165 cm 以上 175 cm 以下となる確率を求めよ。ただし，小数第 3 位を四捨五入せよ。
- (4) この国の 14 歳女子の集団から，大きさ 2500 の無作為標本を抽出する。このとき，この標本平均 $\bar{X}$ の平均と標準偏差を求めよ。さらに， X の母平均と標本平均 $\bar{X}$ の差 $|\bar{X} - 160|$ が 0.2 cm 以上となる確率を求めよ。ただし，小数第 3 位を四捨五入せよ。

- 〔4〕 次の2題【C】，【D】からいずれか1題を選択し，解答用紙の問題番号の横の【 】内に選択した問題記号(CまたはD)を記入し，解答せよ。

【C】 a, b, c を実数の定数とする。3次方程式 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ が虚数解 $x = 2 + i$ をもつとき，次の問いに答えよ。

- (1) b と c をそれぞれ a を用いて表せ。
- (2) 3次関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ の $x = 2$ における微分係数を求めよ。
- (3) $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ が $x > 2$ において極小値をとるように a の値の範囲を定めよ。

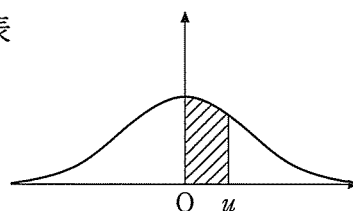
【D】 曲線 $y = f(x)$ を y 軸のまわりに1回転してできる図形を，仮想的な容器とみなす。ただし，

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (0 \leq x < 1) \\ \frac{1}{2} \log x & (x \geq 1) \end{cases}$$

とする。この容器を水平面上に設置し，単位時間あたり 2π の水を注水する。空の容器に注水を始める時刻を $t = 0$ とする。このとき，次の問いに答えよ。

- (1) 容器の底から高さ h まで注水したときの水の体積を求めよ。
- (2) 時刻 $t (t \geq 0)$ における水面の高さを求めよ。
- (3) 時刻 $t (t \geq 0)$ における水面が上昇する速さを求めよ。

付表：正 規 分 布 表



u	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.49534	0.49547	0.49560	0.49573	0.49585	0.49598	0.49609	0.49621	0.49632	0.49643
2.7	0.49653	0.49664	0.49674	0.49683	0.49693	0.49702	0.49711	0.49720	0.49728	0.49736
2.8	0.49744	0.49752	0.49760	0.49767	0.49774	0.49781	0.49788	0.49795	0.49801	0.49807
2.9	0.49813	0.49819	0.49825	0.49831	0.49836	0.49841	0.49846	0.49851	0.49856	0.49861
3.0	0.49865	0.49869	0.49874	0.49878	0.49882	0.49886	0.49889	0.49893	0.49897	0.49900

