

1

正しく作られた 1 枚の硬貨を 6 回投げて、表が出た回数を a ，裏が出た回数を b とする。このとき，関数 $f(x) = x^2 + 2ax + b$ について，次の問いに答えよ。

- (1) 方程式 $f(x) = 0$ が異なる 2 つの実数解をもつ確率 p ，重解をもつ確率 q ，実数解をもたない確率 r をそれぞれ求めよ。
- (2) 関数 $f(x)$ の最小値の期待値を求めよ。

2

空間における4点 $O(0, 0, 0)$, $A(0, 2, 1)$, $B(1, 0, 2)$, $C(2, 1, 0)$ を考える。2点 O , A を通る直線を l_1 , 2点 B , C を通る直線を l_2 とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) 直線 l_1 のベクトル方程式と直線 l_2 のベクトル方程式を求めよ。
- (2) 直線 l_1 と直線 l_2 は交わらないことを示せ。
- (3) 2直線 l_1 , l_2 のどちらにも直交する直線のベクトル方程式を求めよ。

3

放物線 $y = -3x^2 + 4x$ と直線 $y = kx$ とで囲まれた図形の面積を S とする。ただし、 $k \neq 4$ である。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) k を用いて S を表せ。
- (2) S が不等式 $\frac{1}{2} \leq S \leq 4$ を満たす整数 k の値をすべて求めよ。

4

a と b を正の定数とする。曲線 $C : y = e^{ax}$ と直線 $\ell : y = bx$ が接しているとき、次の問いに答えよ。

- (1) a を用いて b を表し、曲線 C と直線 ℓ を図示せよ。
- (2) 曲線 C と直線 ℓ および y 軸とで囲まれた図形の面積を a を用いて表せ。
- (3) 上の図形を y 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を a を用いて表せ。