

1

a を正の実数とするとき、関数 $f(x) = x^3 - 3x^2 + ax + a + 4$ について、次の問いに答えよ。

- (1) $y = f(x)$ のグラフは a の値に関係なくある定点を通る。その定点を求めよ。
- (2) 方程式 $f(x) = 0$ の 3 つの解が複素数平面上で正三角形の頂点をなすとき、 a の値を求めよ。

2

数列 $\{a_n\}$ の階差数列を $\{b_n\}$ とし、数列 $\{b_n\}$ の階差数列を $\{c_n\}$ とする。次の問いに答えよ。

(1) $a_1 = 2$ で $a_n = b_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を満たすとき、数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2) $a_1 = \frac{1}{2}$ で $a_{n+2} = c_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を満たすとき、数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(3) $a_1 = 1, a_2 = 0$ で $a_n = 2b_n + c_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を満たすとき、数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

3

媒介変数 t で表された曲線

$$x = \cos 2t, \quad y = 2t + \sin 2t \quad \left(0 \leq t \leq \frac{\pi}{4}\right)$$

について、次の問いに答えよ。

- (1) この曲線の長さを求めよ。
- (2) この曲線と x 軸および y 軸によって囲まれた部分の面積を求めよ。