

1 $1 \leq x \leq 3$ において, 2次関数 $y = x^2 - 2ax + 3a$ が常に正となるような a の値の範囲を求めよ。

2 $\triangle OAB$ において、辺 OA 上に点 P 、辺 OB 上に点 Q をとり、 $\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA}$ 、 $\overrightarrow{OQ} = t\overrightarrow{OB}$ とおく。ただし $0 \leq s \leq 1$ 、 $0 \leq t \leq 1$ である。辺 AB の中点を M 、 PQ と OM の交点を R とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) $\frac{1}{s} + \frac{1}{t} = 3$ のとき、 \overrightarrow{OR} を \overrightarrow{OA} と \overrightarrow{OB} を用いて表せ。

(2) (1)において、 $\triangle OAB = 2 \triangle OPQ$ となるような s, t の組をすべて求めよ。

3 方程式 $y = \sin x (0 \leq x \leq \pi)$ で表される曲線を C とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 曲線 C 上の点 $P(a, b)$ における接線 l の方程式を求めよ。
- (2) $0 < a < \pi$ とするとき、曲線 C と接線 l および直線 $x = \pi$ と y 軸で囲まれる部分の面積 $S(a)$ (2部分の和) を求めよ。
- (3) 面積 $S(a)$ の最小値とそのときの a の値を求めよ。