

平成19年度入学者選抜試験
個別学力試験問題(前期日程)

数 学
(医学部医学科)

注 意

1. 問題紙は指示があるまで開いてはいけない。
2. 問題紙は 2 ページ，解答用紙は 4 枚である。指示があつてから確認し，解答用紙の所定の欄に受験番号を記入すること。
3. 答えはすべて解答用紙の所定のところに記入すること。
4. 解答用紙の裏面は使わないこと。
5. 各問題とも必ず解答の過程を書き，結論を明示すること。
小問に分けられているときは，小問の結論を明示すること。
6. 解答用紙は持ち帰ってはいけない。
7. 試験終了後，問題紙は持ち帰ること。

1 集合 A を

$$A = \{a^2 + b^2 \mid a, b \text{ は整数である} \}$$

と定める。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) A に属する整数 x, y の積 xy は A に属することを示せ。
- (2) 整数 p を 5 で割ったときの余りが 1 であり、整数 q を 5 で割ったときの余りが 2 であるとき、 $\frac{p^2 + q^2}{5}$ は A に属することを示せ。
- (3) A に属する自然数 n が 5 の倍数であるとき、 $\frac{n}{5}$ も A に属することを示せ。

2 1 辺の長さが a の正 n 角形 $A_1A_2 \cdots A_n$ がある。ただし、 $n \geq 7$ とする。

2 点 B_1, B_2 を $\overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{A_2A_3}$, $\overrightarrow{A_2B_2} = \overrightarrow{A_3A_4}$ で定める。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 正 n 角形の外角の大きさ θ を n を用いて表せ。また、 $\cos \theta > \frac{1}{2}$ であることを示せ。
- (2) ベクトル $\overrightarrow{B_1B_2}$ を $\overrightarrow{A_1A_2}$, $\overrightarrow{A_2A_3}$, $\overrightarrow{A_3A_4}$ を用いて表せ。
- (3) 内積 $\overrightarrow{B_1B_2} \cdot \overrightarrow{A_2A_3}$ を a と n を用いて表せ。
- (4) ベクトルの大きさ $|\overrightarrow{B_1B_2}|$ を a と n を用いて表せ。

3 座標平面上の 2 定点を $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$ とする。 $r > 2$ とし、 B を中心とする半径 r の円を C とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点 $P(x_0, y_0)$ を円 C 上の点とすると、 AP の垂直二等分線の方程式を求めよ。
- (2) 2 点 B, P を通る直線と AP の垂直二等分線との交点を $Q(X, Y)$ とするとき、 x_0, y_0 を X, Y, r を用いて表せ。
- (3) 点 P が円 C 上を動くとき、点 Q の軌跡を求め、その概形をかけ。

4 曲線 $C: y = 2 \log x - 1$ 上の点 $P(p, 2 \log p - 1)$ における接線と x 軸との交点を A とし、原点を O とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) A が x 軸の正の部分にあるような p の値の範囲を求めよ。
- (2) (1) のもとで P が第 1 象限にあるとする。 $\triangle OAP$ の面積 $S(p)$ を最大にする p を求めよ。
- (3) (2) で求めた p に対し、直線 $x = p$ と曲線 C および x 軸で囲まれた図形を y 軸のまわりに一回転させてできる回転体の体積 V を求めよ。