

平成19年度入学者選抜試験
個別学力試験問題(前期日程)

数 学
(数理・情報システム学科)

注 意

1. 問題紙は指示があるまで開いてはいけない。
2. 問題紙は2ページ、解答用紙は4枚である。指示があつてから確認し、解答用紙の所定の欄に受験番号を記入すること。
3. 答えはすべて解答用紙の所定のところに記入すること。
4. 解答用紙の裏面は使わないこと。
5. 各問題とも必ず解答の過程を書き、結論を明示すること。
小問に分けられているときは、小問の結論を明示すること。
6. 解答用紙は持ち帰ってはいけない。
7. 試験終了後、問題紙は持ち帰ること。

- 1 大小 2 個のさいころを投げるとき、大きいさいころの目の数を m 、小さいさいころの目の数を n とする。この m, n を用いて、 $AB = m$, $AC = n$, $\angle A = 60^\circ$ である $\triangle ABC$ をつくる。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) BC を m, n を用いて表せ。
- (2) $\triangle ABC$ の外接円の半径 R を m, n を用いて表せ。
- (3) $\triangle ABC$ の外接円の面積の期待値 E を求めよ。

- 2 $\vec{0}$ でない 2 つのベクトル $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角が 120° であり、

$$|\vec{a} + p\vec{b}| = p|\vec{b}|, \quad (\vec{a} + p\vec{b}) \perp (\vec{a} - q\vec{b})$$

とする。ただし、 $p > 0, q > 0$ である。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $|\vec{a}|$ を $|\vec{b}|$ と p を用いて表せ。
- (2) q を p を用いて表せ。
- (3) $|\vec{a}| = 1$ とする。実数 s が正の範囲を動くとき、 $\left| \frac{s}{p}\vec{a} + \frac{q}{s}\vec{b} \right|$ の最小値が $\frac{1}{4}$ となるような p と q の値を求めよ。

3 a, b を定数とし

$$f(x) = a \cos x + b \sin 2x \quad (0 \leq x \leq 2\pi)$$

とする。 $f(x)$ は $x = \frac{\pi}{6}$ で極値をとり

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) \sin x \, dx = 1$$

をみたすとする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) a と b を求めよ。

(2) $f(x)$ の極値をすべて求めよ。

4

$$f_0(x) = \int_0^x \frac{1}{1+t} \, dt \quad (x \geq 0)$$

とし、正の整数 n に対して

$$f_n(x) = (-1)^n \int_0^x \frac{t^n}{1+t} \, dt \quad (x \geq 0)$$

とおく。このとき、次の問いに答えよ。

(1) $f_0(x)$ を求めよ。

(2) すべての負でない整数 n に対して、不等式

$$|f_n(x)| \leq \frac{x^{n+1}}{n+1}$$

が成り立つことを示せ。

(3) 漸化式

$$f_n(x) = \frac{(-1)^n}{n} x^n + f_{n-1}(x) \quad (n = 1, 2, \dots)$$

を示せ。