

平成 21 年度入学者選抜試験
個別学力試験問題（前期日程）

数 学

〔物質科学科
地球資源環境学科
電子制御システム工学科
材料プロセス工学科〕

注 意

1. 問題紙は指示があるまで開いてはいけない。
2. 問題紙は 2 ページ，解答用紙は 3 枚である。指示があってから確認し，解答用紙の所定の欄に受験番号を記入すること。
3. 答えはすべて解答用紙の所定のところに記入すること。
4. 解答用紙の裏面は使わないこと。
5. 各問題とも必ず解答の過程を書き，結論を明示すること。小問に分けられているときは，小問の結論を明示すること。
6. 解答用紙は持ち帰ってはいけない。
7. 試験終了後，問題紙は持ち帰ること。

1 a, b を実数とするとき、曲線

$$C: y = x^2 + ax + \frac{b}{4}$$

について、次の問いに答えよ。

(1) 曲線 C が連立不等式

$$\begin{cases} y \geq x \\ y \geq -2x - \frac{3}{4} \end{cases}$$

の表す領域に含まれているとき、 a, b の条件を求めよ。

(2) 曲線 C が 2 直線

$$\ell: y = x, \quad m: y = -2x - \frac{3}{4}$$

のどちらとも接するときの a, b の値を求め、そのときの曲線 C と 2 直線 ℓ, m で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

2 数列 $\{a_n\}$ が関係式

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1}\sqrt{a_n} = 8 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たしている。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $b_n = \log_2 a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とおくとき、 b_{n+1} と b_n の間に成り立つ関係式を求めよ。
- (2) 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

3 次の問いに答えよ。

(1) 空間内の 3 点 $O(0, 0, 0)$, $A(2, 2, 1)$, $B(t, 1, 1 + t)$ を頂点とする $\triangle OAB$ の面積 $S(t)$ を求めよ。

(2) 定積分 $\int_1^e S(t)^2 \log t \, dt$ を求めよ。ただし, e は自然対数の底, $\log$ は自然対数とする。