

平成21年度入学者選抜試験
個別学力試験問題（前期日程）

数 学
(数理・情報システム学科)

注 意

1. 問題紙は指示があるまで開いてはいけない。
2. 問題紙は2ページ，解答用紙は4枚である。指示があってから確認し，解答用紙の所定の欄に受験番号を記入すること。
3. 答えはすべて解答用紙の所定のところに記入すること。
4. 解答用紙の裏面は使わないこと。
5. 各問題とも必ず解答の過程を書き，結論を明示すること。小問に分けられているときは，小問の結論を明示すること。
6. 解答用紙は持ち帰ってはいけない。
7. 試験終了後，問題紙は持ち帰ること。

1 $A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ とし、自然数 n に対し、点 $P_n(a_n, b_n)$ を

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} a_{n-1} \\ b_{n-1} \end{pmatrix} \quad (n = 2, 3, \dots)$$

と定める。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 原点を O とするとき、 $\triangle OP_1P_2$ と $\triangle OP_2P_3$ とを図示せよ。
- (2) $\triangle OP_nP_{n+1}$ の面積を S_n とするとき、比 $S_n : S_{n+1}$ を求めよ。
- (3) $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ を求めよ。

2 a を実数とする。関数 $f(x) = x^2 + ax + \frac{1}{8}$ について、次の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ の $-1 \leq x \leq 1$ における最大値 $M(a)$ および最小値 $m(a)$ を a を用いて表せ。
- (2) $y = f(x)$ と $y = |x|$ とのグラフが相異なる 4 点で交わるような a の範囲を求めよ。
- (3) (2) のとき、 $M(a) - m(a)$ が最小となる a の値を求めよ。

3 空間に 4 点 $O(0, 0, 0)$, $A(0, 0, 1)$, $B(2, 0, 0)$, $C(0, 2, 0)$ がある。点 O から $\triangle ABC$ に垂線を下ろしたときの交点を H とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) a, b を実数とする。 $\vec{v} = (a, b, 1)$ としたとき、 $\vec{v}$ がベクトル $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ の両方に直交するような a, b の値を求めよ。
- (2) ベクトル $\overrightarrow{OH}$ の成分表示を求めよ。
- (3) 四面体 $OABC$ の体積 V および $\triangle ABC$ の面積 S を求めよ。
- (4) 四面体 $OABC$ に内接する球の半径 r を求めよ。

4 k を 0 でない実数とする。曲線 $C: y = 1 - \frac{kx}{1+x^2}$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 曲線 C の変曲点の座標をすべて求めよ。
- (2) x 座標が正である変曲点における接線 ℓ が原点 $(0, 0)$ を通るときの k の値を求めよ。
- (3) (2) のとき、曲線 C と接線 ℓ および y 軸によって囲まれた図形の面積を求めよ。