

平成22年度入試
個別学力試験問題（前期日程）

数 学

〔物質科学科
地球資源環境学科
電子制御システム工学科
材料プロセス工学科〕

注 意

1. 問題紙は指示があるまで開いてはいけない。
2. 問題紙は2ページ、解答用紙は3枚である。指示があつてから確認し、解答用紙の所定の欄に受験番号を記入すること。
3. 答えはすべて解答用紙の所定のところに記入すること。
4. 解答用紙の裏面は使わないこと。
5. 各問題とも必ず解答の過程を書き、結論を明示すること。小問に分けられているときは、小問の結論を明示すること。
6. 解答用紙は持ち帰ってはいけない。
7. 試験終了後、問題紙は持ち帰ること。

1 3 次式 $x^3 - 7x^2 + 15x + b$ を 1 次式 $x - a$ で割ったときの商が $f(x)$ で、余りが 5 であるとする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) b を a を用いて表せ。

(2) $a > 0$ で、放物線 $y = f(x)$ の頂点が直線 $y = x - a$ の上にあるとき、 $f(x)$ を求めよ。

2 自然数 n に対して、ベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ を

$$\vec{a} = (n^{\frac{1}{4}}, n^{\frac{1}{4}} + 1), \quad \vec{b} = (n^{\frac{1}{4}}, 1 - n^{\frac{1}{4}})$$

で定めるとき、次の問いに答えよ。

(1) $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角を θ とするとき、 $\cos \theta$ を n を用いて表せ。

(2) $\frac{1}{\cos \theta}$ が整数となるような n を小さい順に $n_1, n_2, \dots$ とするとき、 i 番目の n_i を i を用いて表せ。

(3) $n = n_i$ に対する $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角を θ_i とおく。自然数 k に対して、

$$S_k = \frac{1}{\tan^2 \theta_1} + \frac{1}{\tan^2 \theta_2} + \cdots + \frac{1}{\tan^2 \theta_k}$$

とするとき、 $\lim_{k \rightarrow \infty} S_k$ を求めよ。

3

次の問いに答えよ。

- (1) 双曲線 $C: x^2 - y^2 = -1$ 上の点 $(1, \sqrt{2})$ における接線 l の方程式を求めよ。
- (2) C と l および y 軸で囲まれた図形を y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。