

平成 22 年度入試
個別学力試験問題（前期日程）

数 学
(医 学 部 医 学 科)

注 意

1. 問題紙は指示があるまで開いてはいけない。
2. 問題紙は 2 ページ，解答用紙は 4 枚である。指示があってから確認し，解答用紙の所定の欄に受験番号を記入すること。
3. 答えはすべて解答用紙の所定のところに記入すること。
4. 解答用紙の裏面は使わないこと。
5. 各問題とも必ず解答の過程を書き，結論を明示すること。小問に分けられているときは，小問の結論を明示すること。
6. 解答用紙は持ち帰ってはいけない。
7. 試験終了後，問題紙は持ち帰ること。

- 1 数列 $\{a_n\}$ を初項 3, 公比 3 の等比数列とし, 数列 $\{b_n\}$ を初項 11, 公差 8 の等差数列とする。 $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ に共通に含まれる項を小さいものから順に並べて得られる数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めよ。

- 2 自然数 n に対して, ベクトル $\vec{a}, \vec{b}$ を

$$\vec{a} = (n^{\frac{1}{4}}, n^{\frac{1}{4}} + 1), \quad \vec{b} = (n^{\frac{1}{4}}, 1 - n^{\frac{1}{4}})$$

で定めるとき, 次の問いに答えよ。

- (1) $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角を θ とするとき, $\cos \theta$ を n を用いて表せ。
- (2) $\frac{1}{\cos \theta}$ が整数となるような n を小さい順に $n_1, n_2, \dots$ とするとき, i 番目の n_i を i を用いて表せ。
- (3) $n = n_i$ に対する $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角を θ_i とおく。自然数 k に対して,

$$S_k = \frac{1}{\tan^2 \theta_1} + \frac{1}{\tan^2 \theta_2} + \dots + \frac{1}{\tan^2 \theta_k}$$

とするとき, $\lim_{k \rightarrow \infty} S_k$ を求めよ。

3

次の問いに答えよ。

- (1) すべての実数
- x
- に対して次の等式を満たす関数
- $f(x)$
- を求めよ。

$$f(x) = \sin^2 x + 2\sqrt{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(t) \cos t \, dt$$

- (2) すべての実数
- x
- に対して次の等式を満たす関数
- $g(x)$
- を求めよ。

$$g(x) = x - \frac{1}{2} \sin 2x + \int_0^x g'(t) \cos t \, dt$$

ただし、 $g(x)$ は微分可能で、その導関数 $g'(x)$ は連続であるとする。

4

次の問いに答えよ。

- (1)
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{x^2 - 1} - x \right)$
- を求めよ。

- (2) 関数
- $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$
- の増減、極値、グラフの凹凸を調べ、そのグラフの概形をかけ。

- (3)
- k
- を定数とすると、方程式
- $x^3 - kx^2 + k = 0$
- の異なる実数解の個数を調べよ。