

平成23年度入試
個別学力試験問題（前期日程）

数 学

〔物質科学科
地球資源環境学科
電子制御システム工学科
材料プロセス工学科〕

注 意

1. 問題紙は指示があるまで開いてはいけない。
2. 問題紙は2ページ，解答用紙は3枚である。指示があってから確認し，解答用紙の所定の欄に受験番号を記入すること。
3. 答えはすべて解答用紙の所定のところに記入すること。
4. 解答用紙の裏面は使わないこと。
5. 各問題とも必ず解答の過程を書き，結論を明示すること。小問に分けられているときは，小問の結論を明示すること。
6. 解答用紙は持ち帰ってはいけない。
7. 試験終了後，問題紙は持ち帰ること。

1 p, q を定数とし、 p は 0 でないとする。2 つの放物線 $y = 4x^2 + 3px + 5q$ と $y = 3x^2 + 2px + 4q$ が、異なる 2 点 M, N で交わっているとき、次の問いに答えよ。

- (1) 直線 MN の傾きを p を用いて表せ。
- (2) $OM=ON$ となるとき、 q を p の式で表せ。ただし、 O は座標平面の原点を表す。

2 数列 $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ を

$$a_1 = 3, \quad b_1 = \frac{3}{2}, \quad a_{n+1} = b_n, \quad b_{n+1} = \frac{a_n + b_n}{2} \quad (n \geq 1)$$

で定義する。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) すべての $n \geq 1$ に対して $a_{n+1} + \alpha b_{n+1} = \beta(a_n + \alpha b_n)$ が成り立つ α, β の値の組をすべて求めよ。
- (2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) $a_n = 2$ となる自然数 n の存在性を調べよ。

3 次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $y = |x| \sin x$ の $x = 0$ における微分可能性を調べよ。
- (2) 不定積分 $\int x \sin 2x \, dx$ を求めよ。
- (3) $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲で，曲線 $C : y = |x| \sin x$ を考える。 C と直線 $y = x$ で囲まれる図形を x 軸のまわりに回転してできる立体の体積を求めよ。