

平成 2 4 年度入試
個別学力試験問題（前期日程）

数 学

〔物質科学科
地球資源環境学科
電子制御システム工学科
材料プロセス工学科〕

注 意

1. 問題紙は指示があるまで開いてはいけない。
2. 問題紙は 2 ページ，解答用紙は 3 枚である。指示があってから確認し，解答用紙の所定の欄に受験番号を記入すること。
3. 答えはすべて解答用紙の所定のところに記入すること。
4. 解答用紙の裏面は使わないこと。
5. 各問題とも必ず解答の過程を書き，結論を明示すること。小問に分けられているときは，小問の結論を明示すること。
6. 解答用紙は持ち帰ってはいけない。
7. 試験終了後，問題紙は持ち帰ること。

1 $\triangle ABC$ において、 $BC=5$ 、 $CA=8$ 、 $\angle C=60^\circ$ とする。 $\triangle ABC$ の外接円を O とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) $\triangle ABC$ の面積を求めよ。
- (2) 円 O の半径を求めよ。
- (3) $\triangle ABC$ と相似な $\triangle DEF$ に円 O が内接しているとき、 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ の相似比を求めよ。

2 $x > 0$ に対して、 $f_n(x) = x^{\frac{1}{n}} \log x$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とおく。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $f_n(x)$ の極値と、極値を与える x の値を求めよ。
- (2) (1) で求めた x の値を a_n とするとき、 $x \geq a_n$ の範囲における曲線 $y = f_n(x)$ と直線 $x = a_n$ および x 軸で囲まれた図形の面積 S_n を求めよ。
- (3) 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ を求めよ。ただし、必要があれば、 $\lim_{n \rightarrow \infty} n e^{-n} = 0$ を用いてもよい。

3 原点を中心とする半径 1 の円上の異なる 3 点 $P_0(1, 0)$, $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ を $y_1 > 0$ かつ $\triangle P_0P_1P_2$ が正三角形になるようにとる。このとき、次の問いに答えよ。

(1) P_1 の座標 (x_1, y_1) と P_2 の座標 (x_2, y_2) を求めよ。

(2) $A \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ と $A \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}$ をみたす 2 次の正方行列 A を求めよ。

(3) $B \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$ と $B \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}$ をみたす 2 次の正方行列 B を求めよ。

(4) (2), (3) で求めた行列 A, B と正の整数 n に対して, $(AB + BABA)^n$ を求めよ。